

# **Hedging langfristiger Lieferverpflichtungen mit kurzfristigen Futures: Möglich oder unmöglich?**

von

**Wolfgang Bühler\*, Olaf Korn\*\***

\*Universität Mannheim und ZEW

\*\*ZEW

**Juni 1998**

Wir danken Alexander Kempf und Marliese Uhrig-Homburg für wertvolle Anregungen und Kommentare.

# 1 Einleitung

Im Laufe des Jahres 1993 war die Metallgesellschaft Refining & Marketing (MGRM), eine US-amerikanische Tochtergesellschaft der Metallgesellschaft AG, in großem Umfang die Verpflichtung eingegangen, langfristig Öl zu Festpreisen zu liefern. Das dadurch entstehende Preisrisiko sollte über Derivate reduziert bzw. ausgeschaltet werden. Da die vorgesehenen Liefertermine bis zu zehn Jahre in der Zukunft lagen, existierten keine laufzeitäquivalenten Ölderivate. Statt dessen kaufte die MGRM eine dem gesamten zukünftigen Liefervolumen entsprechende Anzahl von Terminkontrakten mit kurzer Laufzeit von meist nur einem Monat. Bei Fälligkeit wurden die Positionen in den nächsten kurz laufenden Kontrakt überrollt. Diese Hedgestrategie führte letztlich zu einer Krise des gesamten Konzerns, die im Dezember 1993 in der Ablösung des Vorstandes, der schrittweisen Auflösung der Ölgeschäfte und Verlusten in Milliardenhöhe gipfelte.<sup>1</sup>

Die Hedgestrategie der MGRM hat eine umfangreiche und kontroverse wissenschaftliche Diskussion ausgelöst (siehe bspw. Culp/Miller (1994, 1995), Edwards/Canter (1995), Hilliard (1995), Mello/Parsons (1995), Pirrong (1997), Ross (1995), Spremann/Herbeck (1997) und Wahrenburg (1996)). Im Vordergrund steht dabei der Vorwurf, die Anzahl der von der MGRM gehaltenen kurzfristigen Futures sei im Vergleich zum Volumen der Lieferverpflichtungen deutlich zu hoch gewesen. Die Hedge-Ratio von eins habe, anstatt das Preisrisiko auszuschalten, zu einer spekulativen Strategie mit hoher Verlustgefahr bei fallenden Ölpreisen geführt.<sup>2</sup> Eine Gegenposition beziehen Culp/Miller (1994, 1995), aus deren Sicht die verfolgte Hedgestrategie grundsätzlich solide war. Die Ursache für die hohen Verluste liegt ihrer Meinung nach in der vorzeitigen Auflösung der Lieferverpflichtungen und der Beendigung der Hedgestrategie durch den neuen Vorstand der Metallgesellschaft.

Auch bisherige empirische Vergleiche unterschiedlicher Hedgestrategien kommen zu gegensätzlichen Ergebnissen. So stellt Ross (1995) dem 1:1 Hedge eine aus seinem Ein-Faktor-Modell abgeleitete Strategie gegenüber, die zu geringeren Hedge-Ratios führt. Anhand

---

<sup>1</sup> Vgl. Kropp (1995), Mann (1997) und Kniese (1997) für eine detailliertere Beschreibung der Positionen der MGRM und der Ereignisse des Jahres 1993.

<sup>2</sup> Die Kritik einer zu hohen Hedge-Ratio wird vor allem von Edwards/Canter (1995), Pirrong (1997) und Ross (1995) geäußert. Der Hauptakzent der Kritik von Mello/Parsons (1995) und Spremann/Herbeck (1997) liegt auf der großen Anzahl eingegangener Lieferkontrakte und den daraus resultierenden Liquiditätsrisiken.

von Simulationsergebnissen für einen zehnjährigen Hedgehorizont erweist sich der 1:1 Hedge als deutlich riskanter. Wahrenburg (1996) stellt dagegen bei einer historischen Simulation für einen fünfjährigen Horizont fest, daß ein Hedge-Ratio von eins dem varianzminimalen Hedge-Ratio sehr nahe kommt. Brennan/Crew (1995) analysieren in ihrer empirischen Studie unter anderem auch Strategien, bei denen zwei kurzfristige Futures unterschiedlicher Laufzeiten als Hedgeinstrumente fungieren. Sie untersuchen, wie gut sich die monatlichen Preisänderungen von Futures mit Restlaufzeiten zwischen 6 und 24 Monaten durch Futures mit früherem Verfall sichern lassen. Die auf zwei Hedgeinstrumenten basierenden Strategien liefern dabei die besten Ergebnisse, wohingegen der 1:1 Hedge am schlechtesten abschneidet.

Die geschilderte Kontroverse um die Hedgestrategie der MGRM bildet den Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit. Ihr Ziel besteht darin, theoretisch fundierte, d.h. auf Bewertungsmodellen basierende, Hedgestrategien abzuleiten, auf ihrer Grundlage die gegensätzlichen Vorschläge zur optimalen Hedgestrategie zu systematisieren und sowohl aus theoretischer als auch aus empirischer Sicht zu beurteilen. Dadurch läßt sich aufzeigen, welche in der Diskussion um die MGRM oft implizit verwendeten Annahmen für die kontroversen Anschauungen verantwortlich sind.

Die Arbeit unterscheidet sich in verschiedenen wesentlichen Punkten von vorliegenden Untersuchungen. Auf der theoretischen Ebene werden alle Hedgestrategien aus einem einheitlichen Modellrahmen abgeleitet. Einzelne Varianten ergeben sich dabei durch unterschiedliche Spezifikationen der mit dem Halten von Öl verbundenen Erträge, der sog. Convenience Yield. Überraschenderweise lassen sich verschiedene der in der Diskussion um die Metallgesellschaft vorgeschlagenen Hedgestrategien, so unterschiedlich sie auf den ersten Blick auch begründet sind, aus dem betrachteten Modellrahmen gewinnen.

Im empirischen Teil liefert die vorliegende Studie den ersten umfassenden Vergleich fünf theoriegestützter Strategien zum Hedging einer Lieferverpflichtung von Rohöl auf Termin in zehn Jahren, der Grundstruktur des Hedgeproblems der MGRM. Da angesichts der im Vergleich zum langfristigen Hedgehorizont relativ kurzen Historie verfügbarer Spot- und Futurespreise eine historische Simulation wenig Aussagekraft hat, wird anhand vorhandener Spot- und Futurespreise ein Modell zur Simulation verschiedener Preisszenarien entwickelt. Auf Basis der Hedgergebnisse für eine Vielzahl simulierter Szenarien erfolgt eine Beurteilung der zu erwartenden Erträge und Risiken der Strategien. Umfangreiche Stabilitätsanalysen prüfen die Sensitivität der Hedgergebnisse bezüglich der in die Hedge-

Ratios eingehenden Parameter, des verwendeten Datenfensters, der Mean-Reversion der Spotpreise und des Hedgehorizontes.

Eine theoriebasierte Analyse von rollierenden Hedgestrategien geht weit über den Fall der MGRM hinaus. Sie muß sich zunächst auf der theoretischen Ebene die Frage stellen, ob mit rollierenden Strategien eine vollständige Risikovermeidung grundsätzlich möglich ist, d.h. ob sich ein Derivat mit langer Laufzeit durch kurzfristige Derivate replizieren läßt. In einem dynamisch vervollständigbaren Markt gelingt eine solche Replikation für jedes Derivat.

Die Frage nach der Vollständigkeit eines Marktes besitzt zwei Aspekte, einen theoretischen und einen empirischen. Auf der theoretischen Ebene muß untersucht werden, ob die Anzahl der verschiedenen Risiken nicht größer ist als die Anzahl der unterschiedlichen, von den Risiken abhängigen Güter und Finanztitel, ob diese in friktionslosen Märkten gehandelt werden und ob für die gehandelten Instrumente exogene Preisprozesse vorliegen. Können alle drei Fragen positiv beantwortet werden, dann läßt sich aus den gehandelten Gütern und Finanztiteln eine lokal risikolose Position aufbauen. Unter zusätzlichen Regularitätsbedingungen kann diese mit Hilfe einer dynamischen, selbstfinanzierenden Hedgestrategie zu einer global risikolosen Position ausgebaut werden und die Hedgestrategie ist in demselben Sinne präferenzfrei wie das zugehörige Bewertungsmodell.

Trifft eine der genannten Bedingungen nicht zu, dann gehen in die Hedgestrategie Risikopräferenzen der Marktteilnehmer ein. Dieser Fall liegt bei der Absicherung langfristiger Lieferverpflichtungen in Öl beispielsweise dann vor, wenn der mit dem Halten von Öl verbundene Ertrag risikobehaftet ist und die Preise der Derivate auf Öl endogen modelliert werden. Gleichermäßen führen die praktisch bedeutsamen Schwierigkeiten, Öl leer zu verkaufen, zu präferenzabhängigen Hedgestrategien.

Aufgrund von Handelsfriktionen erfüllen reale Märkte die Voraussetzungen für die dynamische Vervollständigung nicht. Damit stellt sich die empirische Frage, inwieweit mit Hedgestrategien, die auf den Annahmen vollständiger Märkte beruhen, akzeptable Absicherungsergebnisse erzielt werden können. Dieses für Optionsmärkte in vielen Studien untersuchte Problem besitzt für Ölmärkte und die zugehörigen Derivate aufgrund von Leerverkaufsbeschränkungen und der variierenden Halteerträge eine besondere Bedeutung. An diese Problematik knüpft der empirische Teil der vorliegenden Studie an. Die empirische

Untersuchung soll zeigen, inwieweit die Hedgestrategien ihren theoretischen Eigenschaften empirisch zumindest nahe kommen.

Als wesentliche Resultate der Studie lassen sich festhalten: Ein 1:1 Hedge liefert von allen Strategien die schlechtesten Hedgeergebnisse und muß als spekulativ eingestuft werden. Insgesamt besitzen Basisrisiken (Convenience Yield Risiken) einen bedeutsamen Einfluß auf die Hedgeergebnisse. Auch Hedgestrategien, die auf Modellen mit stochastischer Convenience Yield beruhen, gelingt es nicht, Basisrisiken auszuschalten. Anhand der empirischen Ergebnisse kann eine Strategie empfohlen werden, die erst am Ende des Hedgehorizontes nennenswerte Positionen in kurzfristigen Futures eingeht.

Der verbleibende Teil dieser Arbeit ist wie folgt gegliedert: Abschnitt 2 stellt verschiedene Ein-Faktor-Modelle zur Bewertung von Terminkontrakten auf Rohöl dar und leitet die zugehörigen risikominimalen Hedgestrategien ab. In diesen Modellrahmen lassen sich die Beiträge zur Kontroverse um die Metallgesellschaft einordnen. Abschnitt 3 erweitert die Analyse auf Modelle mit stochastischer Convenience Yield. Im Abschnitt 4 werden Design und Ergebnisse der empirischen Studie dargestellt. Abschnitt 5 beschließt die Arbeit mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

## **2 Hedging bei stochastischem Spotpreis**

Theoriegestützte Hedgingstrategien basieren zwingend auf Bewertungsmodellen für Ölforwards bzw. Ölfutures. Nur wenn der Zusammenhang zwischen zukünftigen Spot- und Terminpreisen anhand eines Modells bestimmt ist, läßt sich ein optimaler rollierender Hedge ermitteln.

Alle im weiteren diskutierten Modelle verwenden die folgenden vereinfachenden Annahmen:

- Es existieren keine Marktfriktionen wie Transaktionskosten, Steuern, Margin-Verpflichtungen, Unteilbarkeiten, Unterschiede zwischen Soll- und Habenzinsen oder Ausführungsverzögerungen.
- Der risikolose Zinssatz  $r$  ist über die Zeit konstant.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Wie Cox/Ingersoll/Ross (1981) zeigen, sind unter dieser Annahme Forward- und Futurespreise identisch. Somit gelten die im folgenden abgeleiteten Terminpreise sowohl für Forwards als auch für Futures.

Um die zu betrachtenden Bewertungsmodelle einzuführen, sind zunächst einige Überlegungen zu den Haltekosten und Halteerträgen bei Lagerung von Öl erforderlich. Die Haltekosten setzen sich aus den Lagerkosten, z.B. den Kosten des Baus und der Unterhaltung von Tanks, Versicherungsprämien usw., und den Finanzierungskosten zusammen. Halteerträge resultieren aus möglichen Preissteigerungen bei Rohöl und einer sogenannten Convenience Yield, womit alle zusätzlich aus dem Besitz von Rohöl zufließenden Erträge gemeint sind. Darunter fällt vor allem der Wert des Rechtes, das gelagerte Rohöl während der Halteperiode zur Produktion nutzen zu können. Dieses Recht besitzt dann einen besonders hohen Wert, wenn ein Engpaß an Rohöl besteht. In den hier betrachteten Modellen wird die Convenience Yield immer als direkt zahlungswirksam unterstellt. Dies ließe sich dadurch begründen, daß Erträge aus dem Verleih von Lagerbeständen zufließen, analog zur Wertpapierleihe bei Aktien. Da ein solcher institutionalisierter Leihemarkt für Rohöl aber nicht existiert, ist die unterstellte Zahlungswirksamkeit eine Schwäche der vorgestellten Modelle.<sup>4</sup>

Unter der Netto Convenience Yield wird die Differenz zwischen Convenience Yield und Lagerkosten verstanden. Je nachdem, ob die Lagerkosten oder die Erträge aus der Nutzung von Öl überwiegen, kann die Netto Convenience Yield sowohl negative als auch positive Werte annehmen. Es wird angenommen, daß eine einzige marginale Netto Convenience Yield den Ölmarkt charakterisiert. Dies ist z.B. dann der Fall, wenn ein Marktteilnehmer bei unveränderter marginaler Netto Convenience Yield in unbeschränkten Mengen Öl einlagern bzw. aus Lagerbeständen verkaufen kann. Darüber hinaus zeigt Brennan (1958) im Rahmen eines Gleichgewichtsmodells, daß im Gleichgewicht auch bei beschränkten Kapazitäten und unterschiedlichen Haltekosten bzw. Halteerträgen einzelner Marktteilnehmer eine einheitliche marginale Netto Convenience Yield resultiert.

## **2.1 Ein-Faktor-Modelle zur Bewertung von Ölfutures**

Die im weiteren betrachteten Ein-Faktor-Modelle zur Bewertung von Forwards bzw. Futures unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Annahmen bezüglich der Entwicklung der Netto Convenience Yield im Zeitablauf. Im einfachsten Fall sei eine über die Zeit konstante Netto

---

<sup>4</sup> Einen alternativen Weg zur Bewertung von Ölfutures gehen Routledge/Seppi/Spatt (1997), die implizit das durch die Verfügungsmöglichkeit über Lagerbestände gegebene Optionsrecht bewerten. Eine (nicht zahlungswirksame) Convenience Yield wird endogen abgeleitet.

Convenience Yield Rate  $Y$  angenommen. Zur Bestimmung von Forwardpreisen werden folgende Strategien verglichen:

1. Im Zeitpunkt  $t$  wird ein Barrel Rohöl zum Preis  $S(t)$  gekauft und vollständig per Kredit finanziert. Das Barrel wird bis zum Zeitpunkt  $T$  gelagert. Die zwischenzeitlichen, kontinuierlich anfallenden Zu- bzw. Abflüsse aufgrund der Netto Convenience Yield werden risikolos angelegt bzw. finanziert. Im Zeitpunkt  $T$  erfolgt die Rückzahlung aller aufgenommenen Mittel.

2. Im Zeitpunkt  $t$  wird eine Long-Forward-Position über ein Barrel Rohöl mit Verfall in  $T$  eingegangen. Der Kontrakt wird bis zum Verfall gehalten und das Barrel Öl in  $T$  zum vereinbarten Forwardpreis  $f(t, T)$  gekauft.

Beide Strategien erfordern in  $t$  keinen Kapitaleinsatz und führen in  $T$  zum Besitz von einem Barrel Rohöl. Der Wert des in  $T$  zu Marktpreisen bewerteten Barrels abzüglich der in  $T$  zu leistenden Zahlungen beläuft sich auf:

$$\text{Strategie 1: } S(T) - S(t)e^{r(T-t)} + Y \cdot \int_t^T e^{r(T-\tau)} d\tau = S(T) - S(t)e^{r(T-t)} + \frac{Y}{r} [e^{r(T-t)} - 1]$$

$$\text{Strategie 2: } S(T) - f(t, T)$$

Ist der Wert der aus Strategie 1 resultierenden Position in  $T$  höher als jener aus Strategie 2, wird durch entsprechenden Kauf und Lagerung von Rohöl bei gleichzeitigem Eingehen einer Short-Position im Forward ohne Kapitaleinsatz ein risikoloser Gewinn erzielt. Bei umgekehrter Größenordnung der aus beiden Strategien resultierenden Zahlungen ergeben sich für einen Halter von Lagerbeständen durch den Verkauf von Rohöl bei gleichzeitigem Eingehen einer Long-Forward-Position entsprechende Gewinne. In einem arbitragefreien Markt müssen die Zahlungen aus beiden Strategien demnach gleich sein. Daraus ergibt sich der folgende Forwardpreis:

$$(2.1) \quad f(t, T) = S(t)e^{r(T-t)} - \frac{Y}{r} [e^{r(T-t)} - 1]$$

Der Forwardpreis in (2.1) besteht aus zwei Komponenten. Die erste entspricht dem Cost-of-Carry Wert, der allein die Finanzierungskosten für den Kauf des Rohöls berücksichtigt. Da durch die Netto Convenience Yield für den Halter der Spotposition zusätzliche Erträge bzw.

Kosten anfallen, verringert bzw. erhöht sich der Forwardpreis durch die zweite Komponente entsprechend.

Als Alternative Modellierung wird von Brennan/Schwartz (1985) eine zur Höhe des Spotpreises proportionale Netto Convenience Yield Rate  $y \cdot S(t)$  vorgeschlagen, wobei  $y$  als im Zeitablauf konstant unterstellt ist. Brennan/Schwartz argumentieren, daß hohe Lagerbestände tendenziell mit niedrigen Ölpreisen einhergehen. Ein hoher Lagerbestand wiederum verringert den Wert der Nutzungsrechte an einem zusätzlich eingelagerten Barrel. Damit besteht ein positiver Zusammenhang zwischen der Convenience Yield und der Höhe des Spotpreises.

Der Forwardpreis läßt sich auch für eine Netto Convenience Yield Rate der Form  $y \cdot S(t)$  durch den Vergleich zweier Strategien ableiten. Hierzu muß die Strategie 1 wie folgt modifiziert werden: Im Zeitpunkt  $t$  werden  $e^{-y(T-t)}$  Barrel Rohöl zum Preis  $S(t)$  gekauft, per Kredit finanziert und eingelagert. Die zwischenzeitlichen Zu- bzw. Abflüsse aufgrund der Netto Convenience Yield werden für den Kauf von Rohöl verwendet bzw. aus dem Verkauf von Rohöl finanziert. Im Zeitpunkt  $T$  ergibt sich ein Lagerbestand von einem Barrel und es erfolgt die Rückzahlung aller aufgenommenen Mittel in Höhe von  $-S(t)e^{(r-y)(T-t)}$  Geldeinheiten. Sofern keine Arbitragemöglichkeiten existieren, folgt daraus:

$$(2.2) \quad f(t, T) = S(t)e^{(r-y)(T-t)} .$$

Bei positivem  $y$  ist die Sensitivität des Forwardpreises  $f(t, T)$  bezüglich des Spotpreises  $S(t)$  geringer als im Modell (2.2). Das ist eine Konsequenz der im Mittel geringeren Bestände an Rohöl, die während der Laufzeit des Forwards in der modifizierten Strategie 1 im Vergleich zur ursprünglichen Strategie 1 gehalten werden. Wie im Abschnitt 2.2 gezeigt wird, ist die Sensitivität bezüglich des Spotpreises eine entscheidende Bestimmungsgröße der risikominimalen Hedgestrategie.

Es ist kaum anzunehmen, daß sich die Netto Convenience Yield Rate allein durch eine Konstante oder einen Proportionalitätsfaktor bezüglich des Spotpreises erfassen läßt. So dürften die Halteerträge deutlich mit dem Spotpreis schwanken, die Lagerkosten dagegen kaum. Eine flexiblere Modellierung ist durch eine Kombination der beiden bisherigen Varianten möglich, die eine Netto Convenience Yield Rate der Form  $Y + y \cdot S(t)$  unterstellt. Für  $Y$  wäre dabei ein negatives Vorzeichen (Lagerkosten) und für  $y$  ein positives Vorzeichen (Halteerträge)

plausibel. In dieser kombinierten Variante kann damit die Netto Convenience Yield je nach Höhe der Ölpreise im Zeitablauf ihr Vorzeichen wechseln. Der Preis eines Forwards ist analog zu den anderen Preisformeln bei einer entsprechenden Modifikation der Strategie 1 durch Arbitragebewertung ableitbar. Der Forwardpreis lautet<sup>5</sup>:

$$(2.3) \quad f(t, T) = S(t)e^{(r-y)(T-t)} - \frac{Y}{(r-y)} [e^{(r-y)(T-t)} - 1]$$

Die Sensitivität des Forwardpreises bezüglich Änderungen im Spotpreis hängt wie in (2.2) wesentlich von  $y$  ab. Die Gleichung (2.3) steht in enger Beziehung zum Modell von Ross (1995), besitzt sie doch die gleiche Struktur wie die dort abgeleitete Bewertungsformel. Ross' Herleitung geht jedoch von anderen Prämissen aus. Er unterstellt, daß Rohöl ein nicht handelbares Gut in dem Sinne ist, daß Arbitrageure nicht ungehindert in beliebigen Mengen kaufen und einlagern, bzw. aus Lagerbeständen verkaufen können. Dadurch gelingt keine verteilungsfreie Ableitung von Forwardpreisen mehr. Stattdessen wird angenommen, daß der risikoadjustierte Spotpreis einem Ito-Prozeß mit Mean-Reversion folgt. Der Forwardpreis ergibt sich als Erwartungswert des risikoadjustierten Spotpreises im Verfallszeitpunkt des Forwards. Er läßt sich durch (2.3) darstellen, wobei  $y$  durch  $\gamma + r$  und  $Y$  durch  $-\theta \cdot \gamma$  zu ersetzen ist. Dabei bezeichnen  $\gamma$  den Mean-Reversion-Parameter und  $\theta$  den Mittelwert des von Ross unterstellten Spotpreisprozesses.

## 2.2 Risikominimale Hedgestrategien

Zur Ableitung von Hedgestrategien muß zunächst das Hedgeproblem genauer formuliert werden. Dabei wird folgendes angenommen: Es besteht die Verpflichtung, im Zeitpunkt  $T$  ein Barrel Öl zu einem im Zeitpunkt 0 festgelegten Preis  $f(0, T)$  zu liefern.<sup>6</sup> Eine solche Lieferverpflichtung entspricht einer Short-Position in einem Forward mit Verfall in  $T$ . Der Zeitraum von 0 bis  $T$  umfaßt genau  $T$  Perioden der Länge eins. Zum Hedging der Lieferverpflichtung steht ein Future<sup>7</sup> mit einer Restlaufzeit von einer Periode zur Verfügung, bei dessen Fälligkeit jeweils ein neuer Future für die nächste Periode aufgelegt wird. Damit ist

---

<sup>5</sup> Die Bewertungsgleichung (2.3) gilt nur für den Fall  $r \neq y$ . Bei  $r = y$  ergibt sich  $f(t, T) = S(t) - Y \cdot (T - t)$ .

<sup>6</sup> Das konkrete Hedgeproblem der MGRM bestand aus einer Vielzahl solcher Lieferverpflichtungen mit unterschiedlichen Lieferzeitpunkten  $T$ .

für den gesamten Zeitraum von 0 bis  $T$  ein Überrollen kurzfristiger Futureskontrakte möglich. Zur Vereinfachung wird angenommen, daß innerhalb einer Periode keine Marking-to-Market Zahlungen anfallen. Es wird ferner unterstellt, daß Positionen immer unmittelbar vor Ende der Laufzeit glattgestellt werden und zwischenzeitliche Anpassungen nicht vorkommen. Folglich sind Entscheidungen über die optimale Anzahl kurzfristiger Futures nur an  $T$  diskreten Zeitpunkten zu fällen.

Das hier verwendete Zielkriterium für die Auswahl der Hedgestrategie besteht in der Minimierung des Risikos der abgezinsten Position am Planungshorizont  $T$ . Dieses Kriterium scheint angesichts der Kritik, durch die gewählte Strategie sei die MGRM entgegen ihrer Intention hohe Risiken eingegangen, angemessen.<sup>8</sup> Unter Risiko wird die Varianz des aus den (aufgezinsten) Gewinnen bzw. Verlusten der kurzfristigen Futures und den Gewinnen bzw. Verlusten aus der Lieferverpflichtung zusammengesetzten Gesamtwertes im Zeitpunkt  $T$  verstanden. Dieser Gesamtwert läßt sich wie folgt schreiben:

$$(2.4) \quad \left[ \sum_{t=1}^T (F(t,t) - F(t-1,t)) \cdot e^{r(T-t)} \cdot h_{t-1} \right] - (f(T,T) - f(0,T))$$

Mit  $h_{t-1}$  ist die Anzahl von Futures bezeichnet, die im Zeitpunkt  $t-1$  gekauft und über die nächste Periode gehalten werden. Da sich kurzfristige Futures und langfristige Forwards jeweils auf ein Kontraktvolumen von einem Barrel beziehen, entspricht  $h_{t-1}$  gleichzeitig der Hedge-Ratio. Die bei Fälligkeit in  $t$  anfallenden Gewinne bzw. Verluste werden bis zum Zeitpunkt  $T$  risikolos angelegt bzw. per Kredit finanziert. Der Wert des langlaufenden Forwards in  $T$  läßt sich als Summe von sukzessiven Änderungen der Forwardpreise ausdrücken. Damit ergibt sich als alternative Darstellung für den Gesamtwert:

$$(2.5) \quad \sum_{t=1}^T \left[ (F(t,t) - F(t-1,t)) \cdot e^{r(T-t)} \cdot h_{t-1} - (f(t,T) - f(t-1,T)) \right]$$

Die Darstellung (2.5) macht deutlich, wie eine risikominimale Hedgestrategie konstruiert werden kann. In jeder der  $T$  Perioden müssen die Änderungen des Forwardpreises des langfristigen Kontraktes gerade durch die (bis  $T$  aufgezinsten) Preisänderungen einer Anzahl

---

<sup>7</sup> Zur Vereinfachung sei unterstellt, daß sich dieser Future ebenfalls auf ein Volumen von einem Barrel Rohöl bezieht.

<sup>8</sup> Zu anderen Zielen des Hedgings vgl. z.B. Sutcliffe (1993), Kap. 10.

kurzfristiger Futures ausgeglichen werden. Durch Auflösen nach  $h_{t-1}$  läßt sich die folgende allgemeine Form der Hedge-Ratios gewinnen.

$$(2.6) \quad h_{t-1} = \frac{f(t, T) - f(t-1, T)}{[F(t, t) - F(t-1, t)]e^{r(T-t)}}, \quad \text{für } t = 1, \ominus, T.$$

Einsetzen der entsprechenden Bewertungsgleichungen (2.1), (2.2) bzw. (2.3) liefert die folgenden Hedge-Ratios für die drei betrachteten Modelle:

$$(2.7) \quad h_{t-1} = 1, \quad \text{wenn} \quad f(t, T) = S(t)e^{r(T-t)} - \frac{Y}{r} [e^{r(T-t)} - 1]$$

$$(2.8) \quad h_{t-1} = e^{-y(T-t)}, \quad \text{wenn} \quad f(t, T) = S(t)e^{(r-y)(T-t)}$$

$$(2.9) \quad h_{t-1} = e^{-y(T-t)}, \quad \text{wenn} \quad f(t, T) = S(t)e^{(r-y)(T-t)} - \frac{Y}{(r-y)} [e^{(r-y)(T-t)} - 1]$$

Für alle drei Modelle hängen die Hedge-Ratios  $h_{t-1}$  nicht vom stochastischen Risikofaktor – dem Spotpreis – ab. Dies mag zunächst etwas überraschen, da die in (2.6) eingehenden Terminpreise Funktionen von  $S(t-1)$  bzw.  $S(t)$  sind. Durch die einfache Struktur der Bewertungsgleichungen (2.1) - (2.3), insbesondere die lineare Beziehung zwischen Spot- und Forwardpreisen, kürzen sich die Spotpreise jedoch heraus.<sup>9</sup> Alle durch die Hedge-Ratios in (2.7)-(2.10) beschriebenen Strategien führen unter den jeweiligen Modellannahmen zur vollständigen Eliminierung des Risikos. Aus der durch (2.5) motivierten Konstruktion der Hedge-Ratios ergibt sich zudem, daß der Gesamtwert in  $T$  gleich Null ist.

Ein Vergleich von (2.7), (2.8) und (2.9) zeigt, daß die Hedge-Ratios wesentlich davon bestimmt sind, wie stark die Netto Convenience Yield in den jeweiligen Modellen mit dem Spotpreis schwankt. Je stärker ein steigender Spotpreis die Netto Convenience Yield in die Höhe treibt, was sich durch ein hohes  $y$  ausdrückt, um so geringer wird sich eine Preissteigerung am Spotmarkt auf den Forwardpreis durchschlagen. Die positive Wirkung eines steigenden Spotpreises auf den Forwardpreis wird zum Teil durch die negative Wirkung einer steigenden Netto Convenience Yield ausgeglichen. Die Sensitivitäten der Forwardpreise auf Änderungen der Spotpreise, und damit die Hedge-Ratios, hängen zudem von den Restlaufzeiten der Forwards ab. Die vom Spotpreis unabhängige Komponente der Netto

---

<sup>9</sup> Zur Existenz und Charakterisierung risikoloser diskreten Hedgestrategien in Ein-Faktor-Modellen vgl. Krasker (1985), S. 659.

Convenience Yield beeinflusst die Hedge-Ratios dagegen nicht. Auch geht der Zinssatz nicht in die Hedge-Ratios ein.

Abschließend sei noch auf einen Unterschied zur Strategie der Metallgesellschaft hingewiesen. Bislang wurde davon ausgegangen, daß innerhalb einer Periode keine Marking-to-Market Zahlungen anfallen. Auf die Strategie der MGRM bezogen bedeutet dies, daß ein Marking-to-Market nur monatlich, nicht jedoch täglich stattfindet. Auch bei Betrachtung zwischenzeitlicher, z.B. täglicher, Marking-to-Market Zahlungen existieren für die drei betrachteten Modelle risikolose Hedgestrategien, sofern Anpassungen der Positionen an allen Marking-to-Market Zeitpunkten zugelassen sind. Der Unterschied zwischen monatlichem und täglichem Marking-to-Market besteht allein darin, daß Zu- bzw. Abfüsse aus den Futures im letzteren Fall frühzeitiger anfallen und bis zum Verfallstag mit dem als konstant unterstellten Zins aufgezinst werden. Dieser Effekt läßt sich durch eine Reduzierung der Zahl gehaltener Futureskontrakte ausgleichen. Entsprechende Hedge-Ratios ergeben sich, indem für jeden Zeitpunkt  $t_j \in (t-1, t)$  einer Marking-to-Market Zahlung die  $h_{t-1}$  aus (2.7)-(2.10) mit dem sog. Tailing-Faktor  $e^{-r(t-t_{j+1})}$  multipliziert werden, wobei mit  $t_{j+1}$  der auf  $t_j$  folgende Marking-to-Market Zeitpunkt bezeichnet ist. Mit diesen „getailten“ Hedge-Ratios entspricht die Summe der zwischen  $t-1$  und  $t$  anfallenden und bis  $t$  aufgezinsten Marking-to-Market Zahlungen eines auch innerhalb einer Periode abgerechneten Futures genau der Zahlung eines nur am Ende der Periode abgerechneten Futures in  $t$ . Da die Zahlungen bei täglichem im Vergleich zum monatlichen Marking-to-Market nur maximal einen Monat früher anfallen, liegt der Tailing-Faktor nahe bei 1. Das Tailing dürfte deshalb nur geringe Auswirkungen haben.

### **2.3 Die Kontroverse um die Hedgestrategie der Metallgesellschaft im Licht unterschiedlicher Bewertungsmodelle**

Welche Erkenntnisse liefern die im vorigen Abschnitt abgeleiteten Hedgestrategien bezüglich der Kontroverse um die Metallgesellschaft? Aus (2.7) wird deutlich, daß die von der MGRM verwendete Hedge-Ratio von eins das Risiko dann vollständig eliminiert, wenn die Netto Convenience Yield auf dem Ölmarkt nicht vom Spotpreis abhängt. Andererseits liefern die durch (2.8) und (2.9) beschriebenen Hedgestrategien eine theoretische Begründung für die Kritik einer zu hohen Hedge-Ratio der MGRM. Bei positivem  $y$  müssen weniger kurzfristige

Futures gehalten werden, als es dem Volumen der Lieferverpflichtung entspricht. Hedge-Ratios deutlich unterhalb von eins resultieren insbesondere dann, wenn die Lieferzeiträume noch weit in der Zukunft liegen, wie im Fall der MGRM.<sup>10</sup>

In diese modellbasierte Kritik an der Hedgestrategie der Metallgesellschaft läßt sich die Arbeit von Ross (1995) einordnen. Wie im Abschnitt 2.1 beschrieben, entspricht die dort abgeleitete Bewertungsgleichung für Rohölfutures, von einer anderen Parametrisierung abgesehen, der Gleichung (2.3). Ross schlägt eine risikominimale Hedgestrategie gemäß (2.9) vor, wobei in seiner Spezifikation das  $y$  als Summe des Zinssatzes und des Mean-Reversion-Parameters des Spotpreisprozesses immer positiv ist, d.h. es resultieren immer Hedge-Ratios kleiner als eins. Der hier gewählte Weg zur Herleitung der Bewertungsgleichung (2.3) und der Hedge-Ratios in (2.9) macht jedoch transparenter, welche Modifikation der Annahmen zu der im Vergleich zu (2.7) verringerten Anzahl zu haltender kurzfristiger Futureskontrakte führt.

Bei keinem der drei Modelle kommt der Zinssatz in den abgeleiteten Hedge-Ratios vor. Das steht im Widerspruch zum Vorschlag von Edwards/Canter (1995), die zum Zwecke der Risikoreduktion Hedge-Ratios von  $h_{t-1} = e^{-r(T-t)}$  anstelle eines 1:1 Hedges vorschlagen. Als Begründung führen sie an, daß das frühere Auftreten der Zahlungen aus den kurzfristigen Futures gegenüber den Zahlungen des langfristigen Forwards durch einen „Tailing-Faktor“ kompensiert werden müsse. Wie die Darstellung (2.5) zeigt, wurde bei der Ableitung von (2.7)-(2.9) aber durchaus berücksichtigt, daß alle aus den kurzfristigen Futures resultierenden Zahlungen bis zum Ende des Hedgehorizontes risikolos anzulegen bzw. über Kredit zu finanzieren sind. Der entsprechende Zinseffekt wird jedoch dadurch kompensiert, daß auch in die Bewertungsgleichungen Zinseffekte eingehen. Somit tritt der Zinssatz letztlich in den Hedge-Ratios nicht mehr auf. Für ein Bewertungsmodell der Form (2.1) läßt sich demnach sagen, daß der resultierende 1:1 Hedge bereits einen Tailing-Faktor beinhaltet und somit kein zusätzliches Tailing mehr erforderlich ist.

Die obigen Ausführungen machen deutlich, daß sich sowohl Hedge-Ratios von eins als auch Werte kleiner eins modellbasiert begründen lassen. Die Beurteilung der Strategie der MGRM verlagert sich damit von der theoretischen auf die empirische Ebene. Dabei ist die Frage zu klären, welches Modell sich empirisch als überlegen erweist und zu einer besseren Hedgeeffizienz der abgeleiteten Strategie führt.

---

<sup>10</sup> Bei einem Hedgehorizont von zehn Jahren und einem  $y$  von fünf Prozent ergibt sich beispielsweise für

### 3 Hedging bei stochastischem Spotpreis und stochastischer Convenience Yield

#### 3.1 Zwei-Faktor-Modelle zur Bewertung von Ölfutures

In den bisher betrachteten Modellen hängen die Preise von Ölfutures von nur einem stochastischen Faktor, dem Spotpreis, ab. Die Netto Convenience Yield ist entweder im Zeitablauf konstant oder perfekt mit dem Spotpreis korreliert. Brennan (1991) und Gibson/Schwartz (1990) erweitern diese Ansätze, indem sie die Convenience Yield als eigenständigen stochastischen Faktor modellieren. Die empirischen Resultate von Brennan (1991) und Schwartz (1997) dokumentieren eine im Vergleich zu Ein-Faktor-Modellen deutlich genauere Bewertung von Futures. Daher ist es vielversprechend, auf Basis von Zwei-Faktor-Modellen abgeleitete Hedgestrategien in die Analyse einzubeziehen.

Als Erweiterung von (2.1) betrachtet Brennan (1991) eine stochastische Netto Convenience Yield Rate  $Y(t)$ . Die zeitliche Entwicklung der beiden Risikofaktoren Spotpreis und der Netto Convenience Yield Rate wird in seinem Modell durch die folgenden exogenen Diffusionsprozesse beschrieben:

$$(3.1) \quad \frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

$$(3.2) \quad dY = \alpha(m - Y)dt + \eta dw$$

Die Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  können im allgemeinen von  $S$ ,  $Y$  und  $t$  abhängen. Für  $Y$  ist ein Prozeß mit Mean-Reversion unterstellt, wobei die konstanten Parameter  $\alpha > 0$ ,  $m$  und  $\eta > 0$  die Rückkehrgeschwindigkeit, den langfristigen Mittelwert und die Volatilität angeben. Mit  $z$  und  $w$  seien zwei Wiener-Prozesse bezeichnet, und es gelte  $dzdw = \nu dt$ .

Brennan (1991) zeigt, daß unter den getroffenen Annahmen eines perfekten, zeitstetigen und arbitragefreien Spot- und Futuresmarktes der Preis eines Futures auf Rohöl die folgende partielle Differentialgleichung (3.3) erfüllen muß:

$$(3.3) \quad F_t + \frac{1}{2} F_{SS} \sigma^2 S^2 + F_{SY} \nu \sigma S \eta + \frac{1}{2} F_{YY} \eta^2 + F_S (rS - Y) + F_Y (\alpha(m - Y) - \lambda \eta) = 0$$

Neben den partiellen Ableitungen des Futures nach der Zeit, den Risikofaktoren sowie den Parametern der Prozesse (3.1) und (3.2) taucht in Gleichung (3.3) noch der Wert  $\lambda$  auf. Dieses  $\lambda$  wird als Marktpreis des Convenience Yield Risikos bezeichnet. Es kann im allgemeinen eine Funktion von  $S$ ,  $Y$  und  $t$  sein, hängt jedoch nicht von der speziellen Form des Derivates ab. In  $\lambda$  drücken sich auch die Risikopräferenzen der Marktteilnehmer aus. Sie spielen hier eine Rolle, weil der betrachtete Markt nur zwei Basisanlagen (Öl und risikolose Geldanlage) und zwei Risikoquellen (Ölpreis und Convenience Yield) aufweist. Für die nicht direkt handelbare Convenience Yield existiert kein entsprechendes Basiswertpapier. Da sich das Convenience Yield Risiko eines Derivates nicht durch die vorhandenen Basisanlagen hedgen läßt, muß es grundsätzlich in einem Gleichgewichtsmodell bewertet werden. Die Arbitragefreiheit allein genügt nicht mehr, um zu einer Bewertungsgleichung zu gelangen.

Brennan (1991) geht nicht den Weg,  $\lambda$  innerhalb eines ökonomischen Modelles abzuleiten, sondern unterstellt einen im Zeitablauf konstanten Wert. Unter dieser Annahme und der für einen Future gültigen Randbedingung  $F(T, T) = S(T)$  ergibt sich die folgende Lösung der Differentialgleichung (3.3):

$$(3.4) \quad F(t, T) = S(t)e^{r(T-t)} - \left( m - \frac{\lambda \eta}{\alpha} \right) \left( \frac{e^{r(T-t)} - 1}{r} \right) + \left( m - \frac{\lambda \eta}{\alpha} - Y(t) \right) \left( \frac{e^{r(T-t)} - e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha + r} \right)$$

Die Struktur dieser Lösung hat große Ähnlichkeit mit (2.1). Wenn die Netto Convenience Yield ihrem langfristigen Mittel entspricht ( $Y(t) = m$ ) und die Übernahme von Convenience Yield Risiken nicht kompensiert wird ( $\lambda = 0$ ), stimmen beide Formeln überein. Analog zu (2.2) setzt sich der Forwardpreis aus dem bis zum Verfall aufgezinnten Spotpreis und einer von der Netto Convenience Yield abhängigen Komponente zusammen. Die Parameter des Spotpreisprozesses tauchen nicht mehr in der Bewertungsformel auf. Bezüglich des Hedgings ist von besonderer Bedeutung, daß der Futurespreis linear von beiden Risikofaktoren abhängt.

Das Modell von Gibson/Schwartz (1990) ist das Zwei-Faktor Analogon zum Modell (2.2). Dabei wird  $y$  als stochastische Größe angenommen, die sich gemäß dem folgenden Prozeß mit Mean-Reversion entwickelt:

$$(3.5) \quad dy = \alpha^* (m^* - y)dt + \eta^* dw^*$$

Der Spotpreisprozeß ist wieder derjenige aus (3.1), wobei  $dzdw^* = \nu^* dt$  gilt. Analoge Marktannahmen wie bei Brennan führen auf eine vom Futurespreis zu erfüllende Differentialgleichung, die sich strukturell nur dadurch von (3.4) unterscheidet, daß die

partielle Ableitung  $F_S$  mit  $(rS - yS)$  anstelle von  $(rS - Y)$  multipliziert wird. Unter der von Gibson/Schwartz (1990) getroffenen Annahme eines im Zeitablauf konstanten Marktpreises des Risikos und den für Futures gültigen Randbedingungen leiten Jamshidian/Fein (1990) und Bjerk Sund (1991) die folgende analytische Lösung der Differentialgleichung ab:

$$(3.6) \quad F(t, T) = S(t) \exp\{-y(t)A + B\}.$$

Hierbei sind  $A$  und  $B$  komplizierte Funktionen der Restlaufzeit  $T-t$ , des Zinssatzes  $r$ , des Marktpreises des Convenience Yield Risikos sowie der Parameter der Prozesse (3.2) und (3.5). Parameter des Spotpreisprozesses beeinflussen den Futurespreis ausschließlich durch die Kovarianz zwischen den beiden Faktoren. Die Bewertungsgleichung (3.6) hat dieselbe Struktur wie (2.2). Entsprechend liefert das Modell Futurespreise, die linear vom Spotpreis abhängen. Der zweite Risikofaktor  $y(t)$  geht jedoch exponentiell ein. Diese Nichtlinearität hat Konsequenzen für die Hedgestrategie.

Bezüglich der Zwei-Faktor-Modelle ist festzuhalten, daß sie einerseits mehr Input erfordern als die Ein-Faktor-Modelle. Es müssen spezifische Prozesse für die zeitliche Entwicklung der Faktoren unterstellt und Annahmen über die Kompensation für übernommene Convenience Yield Risiken getroffen werden. Andererseits wird durch die Aufgabe der restriktiven Annahme einer konstanten bzw. perfekt mit dem Spotpreis korrelierten Netto Convenience Yield eine realistischere Modellierung ermöglicht. Insbesondere erlauben die Zwei-Faktor-Modelle eine größere Flexibilität bei der Erzeugung von Futuresstrukturkurven. Die Modelle (2.1) bis (2.3) liefern nur monotone Futuresstrukturkurven, d.h. die Futures sind entweder steigende oder fallende Funktionen der Restlaufzeit. Bei den Zwei-Faktor-Modellen können je nach Parameterkonstellation diverse funktionale Formen erzeugt werden.

### 3.2 Risikominimale Hedgestrategien

Um bei zwei stochastischen Faktoren das Risiko vollständig eliminieren können, müssen neben der risikolosen Anlage zwei Hedgeinstrumente verfügbar sein. Daher wird das in Abschnitt 2.2 beschriebene Hedgeproblem wie folgt modifiziert: Zu jedem Zeitpunkt stehen zwei kurzfristige Futures mit einer bzw. zwei Perioden Restlaufzeit zur Verfügung. Marking-to-Market Zahlungen aus den Futures erfolgen wieder nur am Ende einer Periode. Die Glättstellung alter bzw. das Eingehen neuer Positionen ist jeweils unmittelbar vor den Verfallszeitpunkten der jeweiligen Ein-Perioden-Forwards möglich. Das Hedgingziel besteht

weiterhin darin, einen risikolosen Gesamtwert im Zeitpunkt  $T$  zu erzeugen. Dieser Gesamtwert ergibt sich analog zu (2.5) als:

(3.7)

$$\left[ \sum_{t=1}^T (F(t,t) - F(t-1,t)) \cdot e^{r(T-t)} \cdot h_{t-1}^1 + (F(t,t+1) - F(t-1,t+1)) \cdot e^{r(T-t)} \cdot h_{t-1}^2 \right] - (f(T,T) - f(0,T))$$

$$=$$

$$\sum_{t=1}^T \left[ (F(t,t) - F(t-1,t)) \cdot e^{r(T-t)} \cdot h_{t-1}^1 + (F(t,t+1) - F(t-1,t+1)) \cdot e^{r(T-t)} \cdot h_{t-1}^2 - (f(t,T) - f(t-1,T)) \right]$$

Dabei bezeichnen  $h_{t-1}^1$  und  $h_{t-1}^2$  die Hedge-Ratios für die Kontrakte mit Restlaufzeiten von einer bzw. zwei Perioden. Wie bei den Ein-Faktor-Modellen werden die vor Ende des Hedgehorizontes anfallenden Zahlungen aus dem Marking-to-Market bzw. der Glattstellung von Positionen bis zum Zeitpunkt  $T$  aufgezinst. Daraus erklären sich die Faktoren  $e^{r(T-t)}$  vor den Hedge-Ratios  $h_{t-1}^1$  und  $h_{t-1}^2$ .

Analog zu den Ein-Faktor-Modellen sollen die periodenweisen Änderungen der langfristigen Forwardpreise durch geeignete Positionen in den beiden kurzfristigen Futures ausgeglichen werden. Bei zwei Hedgeinstrumenten kann eine global risikolose Strategie nicht mehr wie in (2.6) durch einfaches Auflösen nach den Hedge-Ratios bestimmt werden. Jedoch läßt sich ein lokal (für den nächsten infinitesimalen Zeitraum) risikoloses Portefeuille bilden, indem die Hedge-Ratios so angepaßt werden, daß die Gesamtposition aus langfristigen Forwards und Hedgeinstrumenten insensitiv bezüglich der beiden Risikofaktoren Spotpreis und Netto Convenience Yield ist. Die dazu erforderlichen Hedge-Ratios ergeben sich als Lösungen des folgenden Gleichungssystems:

$$(3.8) \quad h_{t-1}^1 \frac{\partial F(t-1,t)}{\partial S} e^{r(T-t)} + h_{t-1}^2 \frac{\partial F(t-1,t+1)}{\partial S} e^{r(T-t)} = \frac{\partial f(t-1,T)}{\partial S}$$

$$h_{t-1}^1 \frac{\partial F(t-1,t)}{\partial Y} e^{r(T-t)} + h_{t-1}^2 \frac{\partial F(t-1,t+1)}{\partial Y} e^{r(T-t)} = \frac{\partial f(t-1,T)}{\partial Y}, \quad \text{für } t = 1, \ominus, T.$$

Für das Modell von Brennan liefert das Gleichungssystem (3.8) nach Einsetzen der entsprechenden Ableitungen und Auflösen nach  $h_{t-1}^1$  und  $h_{t-1}^2$  die folgenden Lösungen:

$$(3.9) \quad h_{t-1}^2 = \frac{e^{-r}(1 - e^{-(\alpha+r)(T-t)})}{(1 - e^{-(\alpha+r)})}, \quad h_{t-1}^1 = 1 - \frac{(1 - e^{-(\alpha+r)(T-t)})}{(1 - e^{-(\alpha+r)})}, \quad \text{für } t = 1, \ominus, T.$$

Die Hedge-Ratios hängen nur von der Rückkehrgeschwindigkeit  $\alpha$ , dem Zinssatz  $r$  und den Restlaufzeiten der Forwards ab. Insbesondere sind die Hedge-Ratios unabhängig von den Risikofaktoren  $S$  und  $Y$ . Diese Unabhängigkeit ist eine Folge der Linearität der Bewertungsformel (3.4) in beiden Faktoren. Durch diese einfache Struktur der Bewertungsgleichung ergibt sich eine auch global risikolose Hedgestrategie, wie durch Einsetzen in (3.7) nachweisbar ist. Die strukturelle Ähnlichkeit des Brennan-Modells zum Modell (2.1) überträgt sich in gewisser Hinsicht auch auf die risikolose Hedgestrategie. So nimmt die Netto-Hedgeposition, d.h. die Summe der in beiden Hedgeinstrumenten gehaltenen Parameter, analog zu (2.7) annähernd einen Wert von eins an.

Für das Modell von Gibson/Schwartz (1990) ergeben sich folgende Lösungen des Gleichungssystems (3.8):

$$(3.10) \quad h_{t-1}^{2*} = \frac{(e^{-\alpha^*} - e^{-\alpha^*[T-t+1]})}{(e^{-\alpha^*} - e^{-\alpha^{*2}})} \frac{f(t-1, T)}{e^{r[T-t]}F(t-1, t+1)}$$

$$h_{t-1}^{1*} = \left[ 1 - \frac{(e^{-\alpha^*} - e^{-\alpha^*[T-t+1]})}{(e^{-\alpha^*} - e^{-\alpha^{*2}})} \right] \frac{f(t-1, T)}{e^{r[T-t]}F(t-1, t)}, \quad \text{für } t = 1, \ominus, T.$$

Die Darstellung (3.10) macht deutlich, daß die Hedge-Ratios neben der Rückkehrgeschwindigkeit  $\alpha^*$  des Mean-Reversion Prozesses, dem Zins und den Restlaufzeiten auch von Forwardpreisen und damit von den Risikofaktoren abhängen. Dies ergibt sich aufgrund der Nichtlinearität der Forwardpreise in  $y$ . Eine vollständige Vermeidung des Risikos ist in diesem Modellrahmen nur durch eine kontinuierliche Anpassung der Hedgepositionen möglich. Werden die Hedge-Ratios in (3.14) nicht kontinuierlich, sondern nur zu den diskreten Zeitpunkten  $0, \Delta t, T-1$  angepaßt, treten selbst bei Gültigkeit des Modells Hedgefehler auf. Inwieweit sich dieser potentiellen Nachteil einer aus dem Gibson/Schwarz-Modell abgeleiteten Strategie auch empirisch als bedeutsam erweist, müssen die Analysen des nächsten Abschnittes zeigen.

## **4 Empirische Untersuchung**

Die empirische Beurteilung verschiedener Hedgestrategien ist bei langfristigem Hedgehorizont besonders schwierig. Da Preise von Rohölfutures nur für einem begrenzten Zeitraum verfügbar sind, lassen sich Hedgestrategien nicht wiederholt mit historischen Daten durchspielen. Eine häufige Wiederholung mit unterschiedlichen Daten ist jedoch nötig, um das Risiko einer Strategie beurteilen zu können. Die rein historische Simulationen stößt somit schnell an ihre Grenzen. Als Alternative wird in dieser Studie auf Basis eines im Abschnitt 4.1 beschriebenen Datensatzes historischer Spot- und Futurespreise ein ökonometrisches Modell der Preisdynamik spezifiziert. Anhand dieses Modells lassen sich hypothetische Preispfade simulieren. Für eine Vielzahl dieser simulierten Preispfade werden verschiedene Hedgestrategien ausgewertet und verglichen. Abschnitt 4.2 beschreibt das Design der Simulationsstudie. Im Abschnitt 4.3 erfolgt die Darstellung und Diskussion der Ergebnisse.

### **4.1 Datenbeschreibung und vorbereitende Datenanalyse**

Die empirische Untersuchung basiert auf den an der New York Mercantile Exchange (NYMEX) gehandelten Futures auf Rohöl (Light Sweet Crude Oil). Der Futures-Datensatz enthält die täglichen Settlementpreise aller zwischen dem 1.7.1986 und dem 25.11.1996 an der NYMEX gehandelten Kontrakte. Gegenwärtig stehen zu jedem Zeitpunkt Kontrakte mit Fälligkeiten in allen 28 folgenden Monaten zur Verfügung. Darüber hinaus werden an der NYMEX weitere Kontrakte mit Restlaufzeiten von bis zu 48 Monaten gehandelt. Laufzeiten

von über einem Jahr sind jedoch meist erst seit Mitte der neunziger Jahre verfügbar und der Handel konzentriert sich stark auf die Kontrakte mit Restlaufzeiten von wenigen Monaten. Ein Kontrakt bezieht sich auf ein Volumen von 1000 Barrels, wobei die Futurespreise in US-Dollars pro Barrel notiert werden. Es erfolgt ein tägliches Marking-to-Market. Für das abschließende Settlement ist als Standardverfahren die physische Lieferung in Cushing, Oklahoma, vorgesehen.<sup>11</sup> Der Halter der Short-Position kann für die Lieferung zwischen verschiedenen Ölsorten ähnlicher Qualität wählen. Die wichtigste dieser Ölsorten ist das nordamerikanische Referenzöl West Texas Intermediate Sweet Crude (WTI). Auslaufende Futureskontrakte werden letztmals am letzten Werktag vor dem fünfundzwanzigsten Kalendertag eines Monats gehandelt. Die physische Lieferung hat während des darauffolgenden Monats zu erfolgen. Damit bleibt noch genügend Zeit, um die erforderliche Pipelinekapazität in Cushing zu buchen. Weder der Halter der Long-Position noch der Halter der Short-Position im Future hat das Recht, das genaue Lieferdatum zu bestimmen. Vielmehr wird die Nutzung der Pipeline innerhalb des Liefermonats durch die Pipelinegesellschaft in Cushing zugeteilt.

Der Spotmarkt für Rohöl ist ein reiner OTC-Markt, d.h. es sind keine Börsenpreise verfügbar. Jedoch werden Preise von Informationsdiensten taxiert. Der hier verwendete Datensatz, bestehend aus täglichen Spotpreisen für den Zeitraum vom 1.7.1986 bis 25.11.1996, wurde von Platt's, dem bedeutendsten Ölpreis-Informationdienst, zur Verfügung gestellt. Der Ausgestaltung des Futures entsprechend handelt es sich um die Preise für West Texas Intermediate Sweet Crude mit Lieferung in Cushing, Oklahoma.<sup>12</sup> Der Spotpreis eines bestimmten Tages bezieht sich auf die an diesem Tag abgeschlossenen Geschäfte. Das bedeutet jedoch nicht, daß die Lieferung unmittelbar danach erfolgt. Analog zum Settlement des Futures muß nach Abschluß eines Geschäftes zunächst Pipelinekapazität gebucht werden, die dann von der Pipelinegesellschaft für einen späteren Zeitpunkt zugeteilt wird.

Zur Simulation der Hedgestrategien werden die Spot- und Futurespreise nur für die Zeitpunkte benötigt, an denen die kurzfristigen Futures in den nächsten Kontrakt überrollt werden. Dies

---

<sup>11</sup> Neben der Standardprozedur des Settlements besteht die Möglichkeit, die sog. Alternative Delivery Procedure (ADF) anzuwenden. Nachdem die Halter der Long- und Short-Position einander durch die NYMEX zugeordnet worden sind, können sich beide Parteien auf alternative Liefermodalitäten, z.B. bezüglich der Ölsorte oder des Lieferortes, einigen. Der Börse ist eine Mitteilung über die Anwendung der ADF zu machen. Die ADF wird deutlich häufiger angewandt als die Standardprozedur.

<sup>12</sup> West Texas Intermediate Sweet Crude ist die einzige der zum Settlement des Futures zugelassenen Ölsorten, für die Platt's einen Preis bei Lieferung in Cushing feststellt.

geschieht in der Simulationsstudie einmal monatlich am letzten Handelstag eines Futures. Als Preis des auslaufenden Kontraktes wird der Spotpreis des entsprechenden Tages verwendet. Insofern spielen Verfallseffekte am Futuresmarkt keine Rolle. Ein frühzeitigeres Rollieren, etwa fünf Handelstage vor Verfall, bringt keine Vorteile, macht die Simulationsstudie jedoch aufwendiger. Es wurde ein Datensatz erstellt, der jeweils für die letzten Handelstage der Futures den Spotpreis und die Preise der Kontrakte mit Restlaufzeiten zwischen einem und zwölf Monaten enthält. Damit ergeben sich für den verfügbaren Zeitraum von Juli 1986 bis November 1996 insgesamt 13 Zeitreihen mit jeweils 125 Beobachtungen. In der Zeit bis 1989 wurden Kontrakte mit mehr als 9 Monaten Restlaufzeit vereinzelt nicht gehandelt, womit auch keine Preise verfügbar sind. In diesen Fällen wurde der Futurespreis durch den Preis des Kontraktes mit der nächst kürzeren Laufzeit ersetzt.

Abbildung 4.1 zeigt monatliche Beobachtungen des Ölpreises und der Sechs-Monats-Basis, definiert als die Differenz zwischen dem Spotpreis und dem Futurespreis des Kontraktes mit sechs Monaten Restlaufzeit. Die Ölpreis weist innerhalb des Untersuchungszeitraumes deutliche Schwankungen auf. Dabei fällt insbesondere die Phase der Golfkrise zwischen Juli 1990 und Februar 1991 ins Auge, als der Ölpreis auf bis zu 35 Dollar pro Barrel anstieg. Wie der optische Eindruck vermuten läßt, ist die Basis positiv mit dem Spotpreis korreliert. Es ergibt sich ein Korrelationskoeffizient in Höhe von 0,73. Eine solche positive Beziehung zwischen Spotpreis und Basis ist mit Ausnahme der Bewertungsgleichung (2.1), die bei positivem Zinssatz eine negative Korrelation impliziert, mit allen in den Abschnitten 2 und 3 betrachteten Bewertungsmodellen kompatibel.

Tabelle 4.1 gibt einige Kennzahlen der Spot- und Futurespreise wieder. Wie die zweite Spalte zeigt, nimmt im Mittel der Futurespreis mit steigender Restlaufzeit ab, eine Situation, die mit Backwardation bezeichnet wird. Backwardation impliziert eine positive Netto Convenience Yield und läßt sich bei entsprechender Konstellation der Parameter mit allen betrachteten Bewertungsmodellen darstellen. Während des Untersuchungszeitraumes treten jedoch sowohl fallende (Backwardation) als auch steigende (Contango) Futureskurven auf. Dies ist nicht mit der Annahme eines über die Zeit konstanten  $Y$  bzw.  $y$  in den Bewertungsgleichungen (2.1) und (2.2) vereinbar. Auch kommt es vor, daß die Futureskurve zunächst steigt und dann wieder fällt bzw. zunächst fällt und für längere Laufzeiten wieder ansteigt. Solche nicht-monotonen Verläufe der Futureskurve sind mit keinem der drei Ein-Faktor-Modelle kompatibel. Für die Volatilität der Futurespreise ist eine Abnahme bei steigender Restlaufzeit zu beobachten. Mit

der Restlaufzeit fallende Preisvolatilitäten widersprechen der Gleichung (2.2) und sind folglich mit dem zugehörigen Bewertungsmodell nicht vereinbar.

In den nächsten Spalten von Tabelle 4.1 sind die Mittelwerte und Standardabweichungen der logarithmierten monatlichen Preisänderungen angegeben. Im Vergleich zu Aktien- oder Devisenmärkten herrscht am Ölmarkt eine hohe Volatilität. Die annualisierte Volatilität der Spotpreisrenditen beträgt immerhin 33,11% ( $\sqrt{12} \cdot 9,56\%$ ). Die beiden rechten Spalten von Tabelle 4.1 zeigen Mittelwert und Standardabweichung der relativen Basis, definiert als Quotient aus Basis und Spotpreis, für verschiedene Restlaufzeiten. Die relative Basis ist ein wichtiges Element des im nächsten Abschnitt vorgestellten Simulationsmodells. Sowohl der Mittelwert als auch die Standardabweichung nehmen mit steigender Restlaufzeit zu. Dies steht im Widerspruch zur Bewertungsgleichung (2.2). In dem zugrunde liegenden Modell, bei dem sich die Netto Convenience Yield Rate als konstanter Anteil des Spotpreises ergibt, ist die Volatilität der relativen Basis für sämtliche Restlaufzeiten der Futures gleich Null. Zusammenfassend zeigt bereits die bisherige einfache Datenanalyse, daß keines der Ein-Faktor-Modelle in der Lage ist, die Charakteristika der Daten abzubilden.

Ein Modell zur Simulation von Preispfaden muß auch die Zeitreiheneigenschaften der zugrunde liegenden Daten abbilden können. Tabelle 4.2 gibt die Autokorrelationen der logarithmierten Spotpreise und der relativen Basen für verschiedene Restlaufzeiten wieder. Die Werte liegen bei einer Zeitverzögerung von einem Monat zunächst alle über 0,6, fallen jedoch relativ schnell ab. Ab einer Zeitverzögerung von fünf Monaten sind die Werte überwiegend nicht signifikant von Null verschieden.

Die beobachtete Autokorrelation soll durch die erklärenden Variablen des Simulationsmodells erfaßt werden. Dabei stellt sich zunächst die Frage, ob ein solches Modell besser in Niveaus oder Änderungen zu formulieren ist. Sind die verwendeten Zeitreihen integriert vom Grade 1, besteht bei Verwendung von Niveaugrößen die Gefahr einer „Spurious Regression“<sup>13</sup>, d.h. es werden zu häufig signifikante Beziehungen ausgewiesen. Bei einer Formulierung in Differenzen müssen eventuell Fehlerkorrekturterme in das Modell aufgenommen werden, um mögliche Kointegrationsbeziehungen zu erfassen.<sup>14</sup> Informationen über die Integration der betrachteten Zeitreihen liefern Tests auf Nicht-Stationarität. Tabelle 4.3 gibt die Resultate von

---

<sup>13</sup> Vgl. Granger/Newbold (1974) und Phillips (1986).

<sup>14</sup> Vgl. Engle/Granger (1987).

Augmented-Dickey-Fuller-Tests<sup>15</sup> für die Zeitreihen der logarithmierten Spotpreise und der relativen Basen für Restlaufzeiten von einem, drei, sechs und zwölf Monaten wieder. Dabei wurde das folgende Regressionsmodell verwendet:

$$(4.1) \quad \Delta x_t = \mu + (\rho - 1)x_{t-1} + \sum_{l=1}^L \beta_l \Delta x_{t-l} + u_t$$

Die letztlich verwendete Schätzgleichung (4.1) enthält eine Konstante  $\mu$ , jedoch keinen deterministischer Zeittrend, der sich für alle Zeitreihen als insignifikant erweist. Die notwendige Anzahl von verzögerten Änderungen (L) wurde mit dem Informationskriterium von Schwarz (1978) festgelegt. Es zeigt sich, daß die Hypothese der Nicht-Stationarität ( $\rho - 1 = 0$ ) generell auf dem 5%-Niveau und für die meisten Zeitreihen sogar auf dem 1%-Niveau verworfen wird. Damit ist eine Formulierung des Simulationsmodells in den Niveaus der Variablen möglich, ohne daß die Gefahr einer „Spurious Regression“ besteht. Neben ihrer Bedeutung für die ökonometrisch korrekte Spezifikation von Regressionsmodellen hat die Stationarität der logarithmierten Spotpreise und relativen Basen erhebliche Auswirkungen auf das Risiko von gehedgten und ungehedgten Forwards. Speziell bei langen Laufzeiten hängt das Risiko einer ungehedgten Position entscheidend davon ab, ob und wie schnell die Spotpreise tendenziell zu einem langfristigen Mittelwert zurückkehren. Für das Risiko eines rollierendem Hedges mit kurzfristigen Futures gewinnen die Zeitreiheneigenschaften der Basis an Bedeutung.

## 4.2 Design der Simulationsstudie

### (1) Das Simulationsmodell

Ein geeignetes Simulationsmodell sollte die wesentlichen Eigenschaften der beobachteten Preise auf die simulierten Preise übertragen. Zu diesen wesentlichen Eigenschaften gehören:

- Preise sind immer positiv.
- Futurespreise sind soweit an die Spotpreise gekoppelt, daß im Vergleich zur historischen Entwicklung keine unrealistischen Abweichungen auftreten.

---

<sup>15</sup> Vgl. Dickey/Fuller (1979).

- Es besteht ein positiver Zusammenhang zwischen der Höhe des Spotpreises und der Höhe der Basis.
- Die gegenwärtige k-Monats Basis und die (k-1)-Monats Basis in einem Monat sind insofern aneinander gekoppelt, als sie sich auf denselben Kontrakt beziehen. Es dürfen im Vergleich zur Historie keine unrealistischen Übergänge auftreten.
- Die logarithmierten Spotpreise und relativen Basen sind stationär und besitzen eine positive Autokorrelation.

Die Forderung nach positiven Preisen läßt sich am einfachsten dadurch erfüllen, daß logarithmierte Preise modelliert und simuliert werden. Um eine realistische Kopplung von Spot- und Futurespreisen zu gewährleisten, ist es sinnvoll, die Futurespreise indirekt aus einem Modell der Basis zu gewinnen. Wird die Basis darüber hinaus als relative Größe, d.h. als prozentualer Anteil des Spotpreises, modelliert, so kann auch der positive Zusammenhang zwischen Spotpreis und Basis einfach erfaßt werden. Die Kopplung der Basen im Zeitablauf gelingt über die Wahl zeitverzögerter relativer Basen desselben Kontraktes als erklärende Variablen. Dadurch wird auch die beobachtete Autokorrelation abgebildet. Die Eigenschaft der Mean-Reversion geht indirekt über die geschätzten Parameter ein.

Das verwendete Simulationsmodell besteht aus jeweils einer Schätzgleichung für den logarithmierten Spotpreis und die relativen Basen für Restlaufzeiten zwischen einem und zwölf Monaten. Dabei sind hauptsächlich die Gleichungen für die logarithmierten Spotpreise, die 1-Monats- und 2-Monats-Basen von Bedeutung. Diese bilden die Grundlage für die Simulation der Spot- und Futurespreise, aus denen sich die Hedgeerlöse berechnen. Die übrigen Gleichungen dienen lediglich zur Bestimmung langfristiger Forwardpreise, wie sie für die Hedge-Ratios des Gibson/Schwartz-Modells benötigt werden. Da keine Marktpreise langfristiger Forwards vorliegen, wird hier die Preisregel der MGRM verwendet.<sup>16</sup> Danach bestimmt sich der Preis eines zehnjährigen Forwards als Durchschnitt aus den jeweils gültigen NYMEX Futurespreisen für Restlaufzeiten zwischen einem und zwölf Monaten plus einem Aufschlag von 2,1\$ pro Barrel. Eine Anwendung der MGRM-Preisregel setzt demnach die Kenntnis aller Futurespreise für Laufzeiten zwischen einem und zwölf Monaten voraus.

---

<sup>16</sup> Vgl. C&L (1995), S.33.

Als erklärende Variablen können im Prinzip verzögerte Werte aller 13 Zeitreihen fungieren. Eine sinnvolle Spezifikation besteht darin, daß die relative k-Monats Basis im Zeitpunkt t durch die (k+1)-Monats Basis im Zeitpunkt t-1, die (k+2)-Monats Basis im Zeitpunkt t-2, usw. erklärt wird. Als Regressoren dienen also verzögerte Beobachtungen des gleichen Kontraktes, nicht jedoch der gleichen Zeitreihe (k-Monats-Basis), wie im Modell (4.1) und Tabelle 4.2. Nur für den Fall, daß keine verzögerten Werte der (k+1)-Monats Basis verfügbar sind, wie bei der 12-Monats Basis, wurde auf die k-Monats Basis in t-1 zurückgegriffen (gleiche Zeitreihe). Die Anzahl der zeitverzögerten Werte wurde separat für jede Gleichung mit dem Informationskriterium von Schwarz (1978) festgelegt. Die sich ergebende Modellstruktur ist in den folgenden Gleichungen (4.2) - (4.14) zusammengefaßt.

$$(4.2) \quad \ln S_t = a_0 + b_0 \ln S_{t-1} + c_0 \ln S_{t-2} + u_{0t}$$

$$(4.3) \quad BAS1_t = a_1 + b_1 BAS2_{t-1} + u_{1t}$$

$$(4.4) \quad BAS2_t = a_2 + b_2 BAS3_{t-1} + u_{2t}$$

$$(4.5) \quad BAS3_t = a_3 + b_3 BAS4_{t-1} + u_{3t}$$

$$(4.6) \quad BAS4_t = a_4 + b_4 BAS5_{t-1} + u_{4t}$$

$$(4.7) \quad BAS5_t = a_5 + b_5 BAS6_{t-1} + u_{5t}$$

$$(4.8) \quad BAS6_t = a_6 + b_6 BAS7_{t-1} + c_6 BAS8_{t-2} + u_{6t}$$

$$(4.9) \quad BAS7_t = a_7 + b_7 BAS8_{t-1} + c_7 BAS9_{t-2} + u_{7t}$$

$$(4.10) \quad BAS8_t = a_8 + b_8 BAS9_{t-1} + c_8 BAS10_{t-2} + u_{8t}$$

$$(4.11) \quad BAS9_t = a_9 + b_9 BAS10_{t-1} + c_9 BAS11_{t-2} + u_{9t}$$

$$(4.12) \quad BAS10_t = a_{10} + b_{10} BAS11_{t-1} + c_{10} BAS12_{t-2} + u_{10t}$$

$$(4.13) \quad BAS11_t = a_{11} + b_{11} BAS12_{t-1} + c_{11} BAS12_{t-2} + u_{11t}$$

$$(4.14) \quad BAS12_t = a_{12} + b_{12} BAS12_{t-1} + c_{12} BAS12_{t-2} + u_{12t}$$

Die Ergebnisse separater OLS-Schätzungen der Gleichungen (4.2) bis (4.14) finden sich in Tabelle 4.4. Neben den geschätzten Parametern sind die Ergebnisse diagnostischer Tests angegeben. Wie die Ljung-Box-Tests zeigen, weisen die Residuen aller Gleichungen keine signifikante Autokorrelation mehr auf.<sup>17</sup> Damit ist die in Tabelle (4.2) sichtbare

---

<sup>17</sup> Bei vorhandener Korrelation zwischen den gleichzeitigen Residuen verschiedener Gleichungen ist ein SUR-Verfahren effizienter als die Schätzung einzelner Gleichungen mit OLS. Eine solche SUR-Schätzung wurde zusätzlich auch vorgenommen, führte jedoch zu einer erheblichen Autokorrelation in den Residuen.

Autokorrelationsstruktur der Zeitreihen durch die erklärenden Variablen ausreichend erfaßt. Ebenso finden sich nur schwache Hinweise auf ARCH-Effekte in den Residuen. Lediglich bei den Residuen der Spotpreise und der relativen Basen für Restlaufzeiten von acht bis zwölf Monaten ist ein leichter Effekt feststellbar, wobei der Likelihood-Ratio-Test eine Signifikanz auf dem 5%-Niveau, nicht jedoch auf dem 1%-Niveau ausweist.

Über die in (4.2)-(4.14) dargestellte Modellstruktur hinausgehend wurden weitere Spezifikationen getestet. Dabei war vor allem von Interesse, inwieweit verzögerte relative Basen zur Erklärung der Spotpreise bzw. verzögerte Spotpreise zur Erklärung der relativen Basen beitragen können. Bei einer Aufnahme in die entsprechenden Gleichungen erweisen sich diese Variablen auf einem 5%-Testniveau jedoch sämtlich als insignifikant.

Ein weiterer Aspekt der Modelldiagnose besteht darin, inwieweit mögliche Strukturbrüche das Simulationsmodell und damit auch die simulierten Preise beeinflussen. Insbesondere ist hier an die Phase der Golfkrise von Juli 1990 bis Februar 1991 zu denken. Als eine weitere „untypische“ Periode ist auch der Zeitraum von Anfang 1993 bis Anfang 1994 vorstellbar, in dem die Hedgingaktivitäten der MGRM möglicherweise zu Preisverzerrungen bei den Futures geführt haben.

Ein wichtiges Indiz für eine vom Modell nur unzureichend erfaßte Außnahmesituation liegt vor, wenn zu den in Frage kommenden Zeitpunkten außergewöhnlich hohe bzw. niedrige Residuen auftreten. Tabelle 4.5 gibt an, um wieviele Residuen-Standardabweichungen die Residuen in einzelnen Monaten vom Mittelwert Null abweichen. Ferner sind die Ränge aufgeführt, die einzelne Werte in einem nach der Größe geordneten Vektor aller Residuen einnehmen. Es wird deutlich, daß für den Zeitraum der Golfkrise eine Häufung extremer Residuen, insbesondere großer positiver Werte, vorliegt. Für den Zeitraum der verstärkten Hedgingaktivität der MGRM ist eine solche Häufung jedoch nicht festzustellen.

Vorsicht ist geboten, wenn die Parameterschätzungen durch die Beobachtungen eines bestimmten Zeitraumes besonders stark beeinflußt werden. Eine Möglichkeit zur Messung einer solchen Parametersensitivität ist das sog. Cook-Maß  $D_t$ ,<sup>18</sup> wie es in Gleichung (4.15) definiert ist:

---

<sup>18</sup> Vgl. Cook (1977). Cook/Weisberg (1986) liefern eine ausführliche Darstellung und Diskussion verschiedener Konzepte zur Messung des Einflusses einzelner Beobachtungen auf die geschätzten Parameter.

$$(4.15) \quad D_t := \left\{ \hat{\beta} - \hat{\beta}(t) \right\}' X'X \left\{ \hat{\beta} - \hat{\beta}(t) \right\} / p \hat{\sigma}^2, \quad t = 1, \dots, T$$

Das Cook-Maß für einen Zeitpunkt  $t$  ist ein gewichtetes Mittel der Produkte und Kreuzprodukte aus den Differenzen der OLS-Schätzungen der Parametervektoren  $\hat{\beta}$  und  $\hat{\beta}(t)$  zweier Regressionen. Dabei benutzt die erste Regression sämtliche verfügbare Daten, während bei der zweiten Regression der  $t$ -te Datenpunkt nicht verwendet wird. Je sensitiver die Schätzung bezüglich der ausgeschlossenen Beobachtung ist, desto größer wird die Abweichung zwischen den geschätzten Parametern beider Regressionen sein. Eine Gewichtungsmatrix  $X'X / p \hat{\sigma}^2$  sorgt dafür, daß Differenzen zwischen denjenigen Parametern stark in das Maß eingehen, die gemessen an ihrer Standardabweichung relativ genau geschätzt werden. Dabei bezeichnet  $X$  eine Matrix, deren Spalten aus den Werten der einzelnen erklärenden Variablen besteht,  $\hat{\sigma}^2$  die unter Verwendung aller Datenpunkte geschätzte Residualvarianz und  $p$  die Anzahl der Regressoren.

Wie Tabelle 4.6 zeigt, besitzen die Beobachtungen aus der Zeit der Golfkrise einen relativ starken Einfluß auf die Parameterschätzung. Hingegen weisen die Datenpunkte des Zeitraumes Januar 1993 bis Februar 1994 keinen außergewöhnlichen Einfluß auf. Angesichts der potentiellen Auswirkungen auf das Simulationsmodell scheint es deshalb ratsam, die Sensitivität der Hedgeergebnisse verschiedener Strategien bezüglich einer Verwendung der Daten aus dem Zeitraum der Golfkrise zu prüfen.

## (2) Möglichkeiten zur Bestimmung der Hedge-Ratios

Zur Umsetzung der in den Abschnitten 2 und 3 abgeleiteten Hedge-Strategien sind die in den Hedge-Ratios vorkommenden unbekannt Parameter zu bestimmen. Bei den Ein-Faktor-Modellen (2.2) und (2.3) tritt lediglich  $y$  auf, für (2.1) sind die Hedge-Ratios unabhängig von Modellparametern. Die Zwei-Faktor-Modelle erfordern neben den beobachtbaren Zinsen die Mean-Reversion-Parameter  $\alpha$  bzw.  $\alpha^*$ . Im Gibson/Schwartz-Modell gehen zusätzlich Forward- bzw. Futurespreise in die Hedge-Ratios ein.

Bei der Parameterbestimmung sollte die aktuelle Markteinschätzung soweit berücksichtigt werden, daß zumindest die zum Hedging verwendeten kurzfristigen Futures und der zu sichernde langfristige Forward korrekt bewertet sind. Zweitens sollte auch die in historischen

Preisen enthaltene Information möglichst weitgehend eingehen, um die statistische Genauigkeit der Parameterschätzungen zu verbessern.

Für die Ein-Faktor-Modelle läßt sich im allgemeinen bereits die erste Anforderung, eine den Marktpreisen entsprechende Bewertung des Hedgeinstrumentes und des zu sichernden Forwards, nicht erfüllen. In den Bewertungsgleichungen (2.1) und (2.2) hängen die Futurespreise neben den bekannten Größen Zins und Restlaufzeit nur von jeweils einem Parameter  $Y$  bzw.  $y$  ab. Die Anpassung lediglich eines Parameters kann im allgemeinen keine korrekte Bewertung zweier Instrumente, des kurzfristigen Futures und des langfristigen Forwards, gewährleisten. Durch eine leichte Modifikation der Bewertungsmodelle läßt sich diese Schwierigkeit jedoch überwinden. Wird anstelle einer konstanten Netto Convenience Yield eine zwar deterministische, jedoch von der Kalenderzeit  $t$  abhängige Netto Convenience Yield eingeführt,<sup>19</sup> so können durch Arbitrageargumente analog zu den Herleitungen im Abschnitt 2 folgende Bewertungsgleichungen bestimmt werden:

$$(4.16) \quad f(t, T) = S(t)e^{r(T-t)} + \int_t^T Y(\tau)e^{r(T-\tau)} d\tau \quad \approx (2.1)$$

$$(4.17) \quad f(t, T) = S(t)e^{r(T-t) - \int_t^T y(\tau) d\tau} \quad \approx (2.2)$$

Die Struktur der Bewertungsformeln (4.16) und (4.17) ist den Gleichungen (2.1) und (2.2) ähnlich. Bei konstantem  $Y$  bzw.  $y$  lassen sich diese durch Lösung der Integrale als Spezialfälle von (4.16) bzw. (4.17) gewinnen. Eine geeignete Wahl der zeitabhängigen Netto Convenience Yield  $Y(\tau)$  bzw.  $y(\tau)$  gestattet eine exakte Anpassung an eine gegebene Futureskurve.

Aus den modifizierten Bewertungsgleichungen ergeben sich gemäß (2.9) die folgenden Hedge-Ratios:

$$(4.18) \quad h_{t-1} = 1 \quad \text{für } t = 1, \ominus, T.$$

$$(4.19) \quad h_{t-1} = e^{-\int_t^T y(\tau) d\tau} \quad \text{für } t = 1, \ominus, T.$$

Im Modell (4.16) liefert eine zeitabhängige anstelle einer konstanten Netto Convenience Yield keine Änderung der Hedge-Ratios gegenüber (2.7), hängt doch die Sensitivität des

---

<sup>19</sup> Ein analoges Vorgehen liegt der Arbeit von Hull/White (1990) bzw. den Inversionsmodellen der Zinsstrukturkurve zugrunde.

Futurespreises bezüglich Änderungen des Spotpreises nicht von  $Y(\tau)$  ab. Im Modell (4.17) führt die zeitabhängige Netto Convenience Yield dagegen zu einer Änderung der Hedge-Ratios im Vergleich zu (2.8). Da die Sensitivität der Futurespreise bezüglich des Spotpreises von allen bis zum Ende des Hedgehorizontes auftretenden  $y(\tau)$  abhängt, überträgt sich diese Eigenschaft auch auf die Hedge-Ratios. Einige kleinere Umformungen erlauben die folgende äquivalente Formulierung der Hedge-Ratios aus (4.19):

$$(4.20) \quad h_{t-1} = \frac{f(t-1, T)e^{-r(T-t+1)}}{f(t-1, t)e^{-r}}, \quad \text{mit } f(t-1, T), f(t-1, t) \text{ gemäß (4.17).}$$

In der Darstellung (4.20) hängen die Hedge-Ratios nur noch von den bekannten Futurespreisen, Zinssätzen und Restlaufzeiten ab. Weitere Parameter müssen nicht bestimmt werden. Insbesondere ist keine explizite Ermittlung von  $y(\tau)$  erforderlich. Dies ist bei den Inversionsmodellen der Zinsstruktur nicht der Fall und hat seine Ursache in der einfachen Struktur der Bewertungsgleichung (4.17).

Im dritten betrachteten Ein-Faktor-Modell (2.3) scheint es auf den ersten Blick möglich, durch geeignete Wahl der zwei Parameter  $Y$  und  $y$  zumindest die Preise eines kurzfristigen Futures und eines langfristigen Forwards exakt anzupassen. Eine Lösung existiert jedoch nur bei monotonen Futureskurven, da das Modell lediglich solche Kurven erzeugen kann. Bei nicht-monotonem Verlauf ist wieder der Weg über zwar deterministische, aber von der Kalenderzeit abhängige Parameter gangbar. Wird einer der Parameter  $Y$  bzw.  $y$  fest vorgegeben, kann eine Anpassung über eine zeitabhängige Modellierung des anderen Parameters erfolgen. Die Modelle (4.16) und (4.17) ergeben sich als Spezialfälle, bei denen die Werte  $Y$  bzw.  $y$  gleich Null gesetzt sind.

Es stellt sich die Frage, welcher der Parameter  $y$  oder  $Y$  besser als fix bzw. zeitabhängig modelliert werden sollte. Eine Beantwortung ist eng damit verknüpft, inwieweit sich der Wert des fixen Parameters bestimmen läßt. Eine Möglichkeit zur Festlegung von  $y$  eröffnet der von Ross gewählte Zugang zum Modell (2.3). Wie im Abschnitt 2.1 erwähnt, entspricht der Wert  $y$  bei Ross (1995) der Summe aus dem risikolosen Zins und dem Mean-Reversion-Parameter  $\gamma$  des folgenden für den Spotpreis unterstellten Diffusions-Prozesses:

$$(4.21) \quad dS = \gamma(\theta - S)dt + \sigma dz$$

Der Parameter  $\gamma$  läßt sich mittels einer diskretisierten Version von (4.21) historisch schätzen. Von einem derart bestimmten  $y = \gamma + r$  ausgehend kann mit einem von der Kalenderzeit abhängigen  $Y$  wieder eine beliebige Futureskurve angepaßt werden. Im inhaltlichen Kontext des Modells von Ross läßt sich eine solche Anpassung als Spezifikation eines zwar deterministischen, aber zeitabhängigen Mittelwertes  $\theta$  in (4.21) ansehen.<sup>20</sup> Als Hedge Ratios ergeben sich:

$$(4.22) \quad h_{t-1} = e^{-y(T-t)} = e^{-(\gamma+r)(T-t)} \quad \text{für } t = 1, \ominus, T.$$

Wie im Modell (4.16) hat eine Modellanpassung über  $Y$  bzw  $\theta$  keinen Einfluß auf die Hedge-Ratios, die gegenüber (2.9) unverändert bleiben.

Ein Vorteil der Zwei-Faktor-Modelle besteht darin, daß sie auch ohne zeitabhängige Parameter eine relativ flexible Modellierung der Futureskurve ermöglichen. Zumindest ist mit diesen Modellen eine exakte Anpassung der Modellpreise an die Preise der zwei erforderlichen Hedge-Instrumente und des langfristigen Forwards möglich.

Über die bekannten Futurespreise, Zinsen und Restlaufzeit hinaus müssen lediglich die Mean-Reversion-Parameter der Convenience Yield Prozesse bestimmt werden. Dabei sind verschiedene Vorgehensweisen denkbar. Einmal kann eine implizite Schätzung erfolgen, indem die Modellpreise durch Anpassung der Parameter mit den aktuellen Futurespreisen in Übereinstimmung gebracht werden. Eine andere Möglichkeit besteht in der historischen Schätzung anhand diskretisierter Versionen der Gleichungen (3.2) und (3.5). Dazu müssen zunächst Proxies für die unbeobachtbaren Werte  $Y(t)$  und  $y(t)$  gefunden werden. Diese lassen sich zum einen auf Basis der für die Risikofaktoren unterstellten stochastischen Prozesse und der Bewertungsgleichungen mit Hilfe des Kalman-Filters schätzen, wie in Schwartz (1997). Alternativ kann eine Approximation über die korrespondierenden Modelle mit deterministischer Convenience Yield erfolgen, indem die Bewertungsgleichungen (2.1) und (2.2) in jedem Zeitpunkt für den Kontrakt mit der kürzesten Laufzeit nach  $Y$  bzw  $y$  aufgelöst werden, wie in Brennan/Crew (1995) und Gibson/Schwartz (1990). Konkret ergeben sich in diesem Fall die Werte der Proxies als:

$$(4.23) \quad Y(t) = r \left( S(t) e^{\frac{r}{12}} - f(t, t+1) \right) / \left( e^{\frac{r}{12}} - 1 \right)$$

---

<sup>20</sup> Ein analoges Vorgehen bei Zinsmodellen findet sich bei Hull/White (1990).

$$(4.24) \quad y(t) = r - 12 \cdot \ln\left(\frac{f(t, t+1)}{S(t)}\right)$$

Werden die Mean-Reversion-Parameter  $\alpha$  bzw.  $\alpha^*$  aus Schätzungen mittels historischer Daten bestimmt, so sind die übrigen Parameter so anzupassen, daß die beim Hedging verwendeten Instrumente möglichst genau bewertet werden.

### *(3) Durchführung der Simulation*

Eine grundsätzliche Frage besteht darin, wie eng sich die Simulation an die konkreten Positionen der MGRM anlehnen soll. Hier wird bewußt darauf verzichtet, das Hedging eines *Portfolios* von Short-Positionen in Forwards mit Restlaufzeiten zwischen einem Monat und zehn Jahren, wie es den Firm-Fixed Verträgen der MGRM entspricht, durchzuspielen. Statt dessen konzentrieren wir uns auf die am schwierigsten abzusichernde Komponente eines solchen Portfolios, einen 10-Jahres-Forward. Dadurch lassen sich die Unterschiede zwischen verschiedenen Hedgestrategien besser herausarbeiten.

Bei der Simulation der Hedgestrategien müssen die im folgenden genauer beschriebenen drei Schritte durchlaufen werden:

1. Simulation der hypothetischen Preisentwicklung,
2. Berechnung der Hedge-Ratios
3. Auswertung der Hedgestrategien.

#### *Schritt 1:*

Die Simulation der hypothetischen Preisentwicklung benötigt bestimmte Spot- und Futurespreise als Startwerte. Alle simulierten Preispfade gehen von den am 22. Juli 1992, dem letzten Handelstag des August-1992-Kontraktes, gültigen Werten aus. Im Juli 1992 war die MGRM mit ihren Öltermingeschäften bereits aktiv, ohne jedoch so erhebliche Volumen hedgen zu müssen, daß von einer marktbeherrschenden Position die Rede sein konnte. Die als Startwerte verwendeten Preise sind in Tabelle 4.7 angegeben. Der Markt befand sich im Juli 1992 in einer leichten Backwardation Situation mit fallender Futureskurve. Der angegebene Wert für den 10-jährigen Forward wurde entsprechend der Preissetzungsregel der MGRM gewählt.<sup>21</sup> Danach bestimmt sich der Preis als Durchschnitt aus den jeweils gültigen NYMEX

---

<sup>21</sup> Vgl. C&L (1995), S.33.

Futurespreisen für Restlaufzeiten zwischen einem und zwölf Monaten plus einem Aufschlag von 2,1\$ pro Barrel.

Von den am 22. Juli 1992 gültigen logarithmierten Spotpreisen und relativen Basen ausgehend wird einer der Residuenvektoren  $u_t = [u_{0t}, u_{1t}, \ominus, u_{12t}]$ ,  $t \in (1, \ominus, 123)$  des Simulationsmodells [(4.2) - (4.14)] zufällig gezogen, in die entsprechenden Gleichungen eingesetzt und damit hypothetische Werte für den nächsten Monat errechnet. Die Zufallsziehung faßt den Residuenvektor eines Zeitpunktes dabei immer als Einheit auf, um die Querschnittskorrelation zwischen den Residuen verschiedener Gleichungen zu erhalten. Für den nächsten Zeitschritt wiederholt sich die ganze Prozedur, wobei als Startwerte die im letzten Zeitschritt erzeugten Werte dienen. So erfordert z.B. die Simulation einer „zehnjährigen“ Zeitreihen von Monatsdaten insgesamt 120 Zufallsziehungen von Residuenvektoren. Abschließend erfolgt eine Umrechnung der simulierten logarithmierten Spotpreise und relativen Basen in die entsprechenden Spot- und Futurespreise. Futures- bzw. Forwardpreise für eine Restlaufzeit von zehn Jahren werden gemäß der Preisregel der MGRM aus den simulierten Futurespreisen für Laufzeiten zwischen einem und zwölf Monaten errechnet. Werte für alle zwischen einem und zehn Jahren liegende Restlaufzeiten bestimmen sich durch lineare Interpolation der Preise des 12-Monats und 10-Jahres Futures. Als Hedgehorizont wurde analog zum Hedgeproblem der MGRM ein Zeitraum von zehn Jahren gewählt. Die Position im langfristige Forward bezieht sich immer auf ein Volumen von einem Barrel.

### *Schritt 2:*

Die Mean-Reversion Parameter  $\alpha$  und  $\alpha^*$  werden sowohl implizit als auch historisch geschätzt. Bei der impliziten Schätzung werden die Parameter in den Bewertungsformeln (3.4) und (3.6) so angepaßt, daß die Modellpreise mit den am 22. Juli 1992 gültigen Preisen des 10-Jahres-Forwards und den Futures mit einem, zwei und drei Monaten Restlaufzeit übereinstimmen.<sup>22</sup>

---

<sup>22</sup> Im Modell von Brennan existieren nur zwei identifizierte Parameter ( $\alpha$  und der risikoadjustierte Mittelwert  $m - (\lambda\eta / \alpha)$ ). Die Anpassung der Modellpreise an die beobachteten Preise erfolgt über diese Parameter und die unbeobachtbare Zustandvariable  $Y(t)$ . Dadurch können die Preise dreier Terminkontrakte exakt erklärt werden. Beim Gibson/Schwartz-Modell existieren drei identifizierte Parameter (darunter  $\alpha^*$ ). Hier lassen sich vier Kontrakte exakt anpassen.

Im modifizierten Ein-Faktor-Modell von Ross (1995), bei dem  $\theta$  bzw.  $Y$  als zeitabhängig unterstellt sind, ist  $\gamma$  in der Bewertungsformel im allgemeinen nicht identifiziert und kann nicht implizit aus den Futurespreisen geschätzt werden. Jedoch ist eine historische Schätzung aus den Spotpreisen möglich.

Historische Parameter ergeben sich aus den OLS Schätzungen folgender diskretisierter Versionen der Gleichungen (3.2), (3.5) und (4.21):

$$(4.25) \quad Y(t) - Y(t-1) = \alpha m - \alpha Y(t-1) + \varepsilon_{Y,t}$$

$$(4.26) \quad y(t) - y(t-1) = \alpha^* m^* - \alpha^* y(t-1) + \varepsilon_{y,t}$$

$$(4.27) \quad S(t) - S(t-1) = \gamma \theta - \gamma S(t-1) + \varepsilon_{S,t}$$

Die Schätzung basiert auf monatlichen Daten des Zeitraumes Juli 1986 bis Juli 1992. Damit gehen in die Spezifikation der Hedge-Ratios nur Informationen ein, die zum Startzeitpunkt Juli 1992 bekannt waren. Als Proxies für  $y(t)$  und  $Y(t)$  wurden gemäß den Gleichungen (4.23) und (4.24) errechnete Werte verwendet. Tabelle 4.8 gibt die geschätzten Parameter an. Die hohen Werte für  $\alpha$  und  $\alpha^*$  reflektieren eine starke Mean-Reversion in der Convenience Yield, wobei die impliziten Schätzwerte noch über den historischen liegen.<sup>23</sup>

Die Berechnung der Hedge-Ratios für die Zwei-Faktor-Modelle und das Modell von Ross (1995) erfordert zusätzlich eine Spezifikation des risikolosen Zinssatzes. Entsprechend den Modellannahmen wird der Zinssatz hier konstant gehalten. Der gewählte Wert für  $r$  beträgt 5% p.a., was in etwa dem durchschnittlichen 1-Monats-Libor-Satz während der Periode 1986 bis 1996 entspricht.

### *Schritt 3:*

Sind die hypothetischen Spot- und Futurespreise für die „nächsten 10 Jahre“ simuliert und die Hedge-Ratios berechnet, erfolgt die Auswertung der Hedgestrategien gemäß der Darstellung in den Abschnitten 2.2 und 3.2. Am letzten Handelstag eines Futures werden alle bisherigen Positionen in diesem Kontrakt glattgestellt und neue Positionen gemäß den jeweiligen

---

<sup>23</sup> Es ist anzumerken, daß die Schätzungen gemäß (4.25) -(4.27) keine konsistenten Schätzwerte der ursprünglichen zeitstetigen Modelle (3.2), (3.5) und (4.21) liefern. Die Schätzung soll auch nur Anhaltspunkte für die Größenordnung der gesuchten Werte liefern. Zur Beurteilung der Hedgeneffizienz einer Strategie werden immer auch Sensitivitätsanalysen bezüglich der Parameter mit einbezogen, die einen breiten Wertebereich abdecken.

Strategien eingegangen. Anfallende Zahlungen werden risikolos bis zum Ende des Hedgehorizontes angelegt bzw. zu demselben Zinssatz über Kredit finanziert.

Die langfristigen Forwards werden bei den Ein-Faktor-Modellen immer durch Kontrakte mit einem Monat Restlaufzeit gesichert. Die Zwei-Faktor-Modelle sichern dagegen durch Futures mit einem und zwei Monaten Restlaufzeit. Es wird unterstellt, daß kein tägliches, sondern ein monatliches Marking-to-Market stattfindet. Bei konstanten Zinssätzen ist dies jedoch keine wesentliche Einschränkung, da sich mit einem geeigneten Tailing der kurzfristigen Futures auch bei täglichem Marking-to-Market keine Änderung der Risiken und Erträge der Strategien ergeben würden.

Abschließend erhält man die für einen Simulationslauf von allen Strategien generierten Gesamtwerte, worunter die Gewinne bzw. Verluste aus dem Rollieren der kurzfristigen Futures zuzüglich der Gewinne bzw. Verluste aus dem langfristigen Forward zu verstehen sind. Die Auswertung wird 20000 mal für unterschiedliche simulierte Preispfade wiederholt.

#### **4.4 Ergebnisse**

Als Resultat liefert die Simulation für jede betrachtete Strategie 20000 Hedgeergebnisse. Unter idealen Bedingungen, d.h. wenn die beobachteten Preise immer den jeweiligen Modellpreisen entsprechen und die Hedge-Ratios korrekt spezifiziert sind, sollten alle diese Werte gleich Null sein. Die Hedgeeffektivität einer Strategie ist somit als gut zu bezeichnen, wenn sie Gesamtwerte liefert, die mit nur geringer Schwankungsbreite um Null liegen.

Tabelle 4.9 gibt verschiedene Kennzahlen der Verteilung der 20000 Gesamtwerte für jede von fünf betrachteten Hedge-Strategien wieder. Im einzelnen sind die Ergebnisse für den 1:1 Hedge (Culp/Miller), den Hedges gemäß (4.20) (Brennan/Schwartz) und (4.22) (Ross), sowie den zwei aus den Zwei-Faktor-Modellen abgeleiteten Strategien gemäß (3.9) (Brennan) und (3.10) (Gibson/Schwartz) angegeben. Als Referenzwert ist zusätzlich die Verteilung der Endwerte einer ungehedgten Short-Position in einem 10-Jahres Forward (Kein Hedge) aufgeführt.

Beim 1:1 Hedge fällt vor allem auf, daß er im Mittel zu erheblichen Gewinnen von über 36\$ führt. Der Gesamtwert setzt sich aus den Gewinnen bzw. Verlusten einer Short-Position im langfristigen Forward und den bis zum Ende des Hedgehorizontes aufgezinsten Gewinnen bzw. Verlusten der 1-Monats-Futures zusammen. Wie ein Vergleich mit der letzten Spalte der Tabelle (Kein Hedge) zeigt, resultiert die Höhe des Mittelwertes nur zu einem kleinen Teil aus

dem 10-Jahres-Forward und überwiegend aus Gewinnen in den kurzfristigen Futures. Solche Gewinne sind (im Mittel) dann zu erwarten, wenn der Markt sich vorherrschend in Backwardation befindet und die Spotpreise keine dauerhafte Abwärtsbewegung aufweisen. Dies entspricht der Situation am Ölmarkt für den zur Schätzung des Simulationsmodells verwendeten Zeitraum 1986 bis 1996.

Neben dem hohen mittleren Gewinn führt der 1:1 Hedge auch zur höchsten Standardabweichung aller Strategien. Gerät der Markt für längere Zeit in Contango, wie im Jahr 1993 geschehen, so können die Verluste der Strategie erheblich sein. Die Ergebnisse der Simulation bestätigen die Sichtweise, daß das Hedgeprogramm der MGRM durchaus ein großes Gewinnpotential besaß, jedoch auch mit erheblichen Risiken behaftet war. Angesichts der starken Streuung der Gesamtwerte muß bei dieser Strategie eher von Spekulation als von Hedging gesprochen werden.

Für alle aus den Ein-Faktor-Modellen abgeleiteten Strategien konvergieren die Hedge-Ratios am Ende des Hedgehorizontes zu einem Wert von eins. Jedoch unterscheidet sich die Anzahl der zu Beginn des Horizontes gehaltenen 1-Monats-Futures erheblich. Während „Culp/Miller“ durchgängig eine Stückzahl von einem kurzfristigen Future verwendet, startet „Brennan/Schwartz“ mit 0,65 Kontrakten. In Backwardation-Situationen, die hier am häufigsten auftreten, wird die Hedge-Ratio bei „Brennan/Schwartz“ bis auf den letzten Monat immer unterhalb von eins liegen. Wie die Ergebnisse in Tabelle 4.9 zeigen, führen diese verringerten Hedge-Ratios sowohl zu einem niedrigeren mittleren Gewinn als auch zu einem niedrigeren Risiko. Beide Größen sind aber immer noch als erheblich einzustufen.

Eine drastische Verringerung von mittlerem Gewinn und Standardabweichung liefert die Ross-Strategie. Bei Hedge-Ratios von  $h_{t-1} = e^{-(\gamma+r)(T-t)} = e^{-(2,49+0,05)(T-t)}$  werden erst in den letzten Monaten des Hedgehorizontes in nennenswerter Weise Gegenpositionen in kurzfristigen Futures aufgebaut. Generell ergibt sich für die aus den Ein-Faktor-Modellen abgeleiteten Strategien: Je größer die gehaltenen Hedgepositionen, desto höher ist sowohl der mittlere Gewinn als auch die Standardabweichung der Gewinne bzw. Verluste.

Bei den Zwei-Faktor-Modellen zeigt sich eine Reduzierung der mittleren Gewinne und der Standardabweichungen gegenüber den korrespondierenden Ein-Faktor-Modellen. Nach dem Kriterium einer möglichst geringen Streuung um Null ist somit eine Verbesserung der Hedgееffektivität festzustellen. Die Netto-Hedge-Position der Zwei-Faktor-Modelle,

gemessen als Summe aus der Anzahl gehaltener 1-Monats und 2-Monats-Futures, entspricht in etwa den Hedge-Ratios der zugehörigen Ein-Faktor-Modelle. Bei der Brennan-Strategie gilt durchgängig  $h_{t-1}^1 + h_{t-1}^2 e^r = 1$ , bei der Gibson/Schwartz-Strategie liegt die Netto-Hedge-Position zu Beginn bei einem Wert von 0,66 und bleibt in einer Backwardation-Situation immer unterhalb von eins. Die Verbesserung des Hedgings ist somit nicht auf eine andere Netto-Hedge-Position als bei den Ein-Faktor-Modellen zurückzuführen, sondern auf ihre bessere Aufteilung auf zwei Instrumente. Offensichtlich gelingt es den Strategien, bestimmte aus den Schwankungen der Convenience Yield resultierende Risiken zu vermeiden. Jedoch bleiben auch bei den Hedge-Strategien der Zwei-Faktor-Modelle erhebliche Risiken bestehen.

Tatsächlich gelingt es nur der Ross-Strategie, eine geringere Standardabweichung als die ungehedgte Position (Kein Hedge) zu erreichen. Gewinn und Risiko der ungesicherten Position reflektieren die in Tabelle 4.1 angegebenen Charakteristika der Spotpreise. Der positive mittlere Gewinn erklärt sich damit, daß der Forwardpreis des 10-Jahres-Kontraktes zum Startzeitpunkt oberhalb des mittleren Spotpreises liegt. Das Risiko der ungehedgten Position bleibt relativ gering, weil über den langen Hedgehorizont von zehn Jahren die in den Daten vorhandene Mean-Reversion durchschlägt. Kurzfristige Schwankungen gleichen sich über den langen Zeitraum wieder aus.

Insgesamt scheint ein Hedging im Sinne einer Reduzierung des Risikos der ungehedgten Position nur schwer möglich. Als am ehesten geeignet erweist sich eine Strategie (Ross), die die langfristige Position zunächst beinahe ungesichert läßt und erst kurz vor Ende des Hedgehorizontes Gegenpositionen eröffnet. Der relative Erfolg dieses Vorgehens beruht auf der Mean-Reversion der Spotpreise. Dadurch gleichen sich zu Beginn auftretende Änderungen im Wert der langfristigen Forwardposition tendenziell bis zu Ende des Hedgehorizontes wieder aus. Erst diejenigen Kursbewegungen, die sich kurz vor Fälligkeit des Forwards realisieren, werden nicht mehr durch die Mean-Reversion aufgefangen und sind in stärkerem Maße durch das Eingehen von Gegenpositionen abzusichern.

Aus Sicht des Hedgers macht es einen Unterschied, ob eine Strategie positive oder negative Abweichung vom theoretischen Referenzwert Null liefert. Insofern läßt sich eine Strategie dann als risikoreich einstufen, wenn sie häufig bzw. in großem Umfang zu Verlusten führt. Diesen Aspekt des Risikos beschreiben die Kennzahlen in den letzten beiden Spalten von Tabelle 4.9. Zum einen sind die Anteile der Fälle angegeben, deren Gesamtwerte unter Null liegen, d.h. in denen ein Verlust realisiert wurde. Zum anderen wird mit der Kennzahl

„Mittlerer Verlust“ die Höhe der auftretenden Verluste einbezogen. Die Zahl gibt den Mittelwert eines modifizierten Vektors der Gesamtwerte an, bei dem alle positiven Werte gleich Null gesetzt wurden.<sup>24</sup>

Die zusätzlichen Risikomaße liefern für die Strategien der Ein-Faktor-Modelle die gleiche Rangordnung wie die Standardabweichung. Die Culp/Miller-Strategie liefert das mit Abstand höchste Risiko und die Ross-Strategie führt zu einer drastischen Risikoreduktion. Wird nur ein Gesamtwert unterhalb von Null als Risiko aufgefaßt, kommen die Brennan- und Gibson/Schwartz-Strategien zu einer fast vollständigen Risikovermeidung. Hingegen wird die ungehedgte Position als deutlich risikoreicher eingestuft.

Insgesamt erstaunen die starken Abweichungen der Hedgeergebnisse vom theoretisch erwarteten Wert Null. Dafür sind verschiedene Ursachen denkbar. Generell kann der Hedgeerfolg dadurch vermindert werden, daß die zugrundeliegenden Bewertungsmodelle die beobachteten Marktpreise und ihre Dynamik nur unzureichend erklären und damit auch die Hedge-Ratios fehlspezifiziert sind. Bei den Ein-Faktor-Modellen wurde dies bereits aus der deskriptiven Analyse des Abschnittes 4.1. deutlich. Bei den Zwei-Faktor-Modellen und dem Modell von Ross könnte ein weiterer Grund in der möglichen Fehlschätzung der Parameter  $\alpha$ ,  $\alpha_*$  und  $\gamma$  liegen. Für das Gibson/Schwartz-Modell kommt noch hinzu, daß ein Gesamtwert von Null nur bei kontinuierlicher Anpassung der Hedge-Ratios erreicht wird. Bei monatlicher Anpassung entstehen möglicherweise deutliche Diskretisierungsfehler.

Ein weiteres Problem kann auch durch das methodischen Vorgehen verursacht sein, bei dem ein Simulationsmodell verwendet wird, um langfristige Hedgehorizonte zu analysieren. So ist es denkbar, daß die Modelle die Daten zwar gut erklären, die Struktur jedoch vom Simulationsmodell nicht angemessen erfaßt wird und infolge dessen die Hedgeeffizienz für simulierte Preise gering erscheint.

Die Bedeutung des letztgenannten methodischen Problems läßt sich abschätzen, indem die Analyse anhand von Datensätzen wiederholt wird, deren Forward- bzw. Futurespreise exakt den theoretischen Modellpreisen entsprechen. Für die Brennan- und Gibson/Schwartz-Modelle wurden dazu unter Verwendung implizit geschätzter Parameter anhand der

---

<sup>24</sup> Diese Kennzahlen werden auch unter dem Begriff der Shortfall-Wahrscheinlichkeit und des Shortfall-Erwartungswertes diskutiert. Die sog. Shortfall-Maße gehen bis auf die Arbeit von Roy (1952) zurück.

Gleichungen (4.27) und (4.28) Werte für  $Y(t)$  und  $y(t)$  simuliert.<sup>25</sup> Zusammen mit den im Zeitraum 1986 bis 1996 realisierten Spotpreisen konnten damit anhand der jeweiligen Bewertungsgleichungen die passenden Futurespreise berechnet werden. Die so erzeugten Daten, die exakt mit den Bewertungsgleichungen kompatibel sind, wurden anstelle der Originaldaten zur Schätzung des Simulationsmodells verwendet, das die Basis der hypothetischen Preispfade bildet. Tabelle 4.10 gibt die Hedgeergebnisse für die Zwei-Faktor-Modelle an.

Es zeigt sich, daß die Mittelwerte und Standardabweichungen sich im Vergleich zu Tabelle 4.9 deutlich verringert haben. Jedoch liefert die Gibson/Schwartz-Strategie weiterhin einen positiven Mittelwert von über 2 \$. Diese Abweichung von Null ist jedoch nicht auf einen Effekt des Simulationsmodells zurückzuführen, sondern auf die monatliche (anstelle einer kontinuierlichen) Anpassung der Positionen. Für die hier betrachtete Parameterkonstellation ist das gehaltene Portfolio aus kurzfristigen Futures und langfristigen Forwards konvex bezüglich  $y$ . Selbst wenn direkt simulierte Modellpreise verwendet werden, ohne ein ökonometrisches Schätzmodell zwischenschalten, ist der mittlere Gesamtwert bei „Gibson/Schwartz“ deutlich positiv. Bei einer anderen Parameterwahl kann das gehaltene Portfolio beim Gibson/Schwartz-Modell auch konkav bezüglich  $y$  sein, wodurch sich bei monatlicher Anpassung im Mittel ein Verlust aus der Hedgestrategie ergeben würde.

Insgesamt sind die Hedgefehler der Zwei-Faktor-Modelle bei Verwendung modellkonformer Daten als Inputs des Simulationsmodells im Vergleich zu den Ergebnissen der Tabelle 4.9 sehr gering. Die durch das Simulationsmodell eingeschleppten Fehler können für das schlechte Hedgeergebnis der Strategien nur in geringem Umfang verantwortlich gemacht werden.

Eine Ursache für Hedgefehler kann darin liegen, daß potentiell effektive Strategien durch eine ungeeignete Wahl der Parameter  $\alpha$ ,  $\alpha_*$  und  $\gamma$  verschlechtert werden. Tabelle 4.11 zeigt den Effekt einer Variation der Parameter auf die Ergebnisse der Strategien. Bei den Zwei-Faktor-Modellen wurden als erste Alternative historisch geschätzte Parameter verwendet, die unterhalb der impliziten liegen. Weiterhin wurden Werte von vier bzw. zwölf gewählt, um die Effekte möglicher Über- bzw. Unterschätzungen zu erfassen. Sowohl die Brennan- als auch

---

<sup>25</sup> Nicht alle dazu nötigen Parameter lassen sich implizit schätzen, da sie aus den Bewertungsformeln nicht eindeutig identifizierbar sind. Die zusätzlich erforderlichen Werte wurden so bestimmt, daß die Eigenschaften der Futurespreise aus Tabelle 4.1 möglichst gut abgebildet sind.

die Gibson/Schwartz-Strategie sind relativ robust gegenüber Änderungen der Parameter. Historisch geschätzte Parameter führen bei beiden Strategien zu einer Verringerung des Mittelwertes und einer Erhöhung der Standardabweichung. Ein Wert von vier führt zu einer weiteren – diesmal stärkeren – Erhöhung des Risikos bei verringertem Mittelwert. Werden die Parameter auf zwölf erhöht, so ergibt sich gegenüber den impliziten Werten eine leichte Steigerung sowohl des Mittelwertes als auch der Streuung. Weder durch eine Verringerung noch durch eine Erhöhung der Parameter gelingt es, das Risiko der Positionen zu reduzieren. Das schlechte Abschneiden der Strategien kann kaum auf mögliche Schätzfehler bei den Parametern zurückgeführt werden.

Bei der Ross-Strategie führt das aus der historischen Schätzung gewonnene  $\gamma = 2,49$  zu Hedgepositionen mit geringem Volumen, so daß eine weitere Reduzierung durch Erhöhung von  $\gamma$  kaum sinnvoll erscheint. Daher werden als Alternative lediglich niedrigere Parameter betrachtet, die in höheren Hedge-Ratios resultieren. Die Variation der Parameter bestätigt die generelle Tendenz bei den Ein-Faktor-Modellen: Je größer die Hedgeposition, umso größer werden auch der erwartete Gewinn und die Standardabweichung. Eine Verbesserung des Hedgeergebnisses durch Variation der Parameter erreichen zu wollen ist daher wenig aussichtsreich.

Ohne Zweifel war die Golfkrise ein Ereignis, das auf dem Ölmärkten für erhebliche Turbulenzen gesorgt hat. Es ist denkbar, daß Bewertungsmodelle und daraus abgeleitete Hedgestrategien in einer Phase derartiger Preis- und Basisschwankungen versagen, selbst wenn sie in normalen Phasen gute Hedgeergebnisse liefern. Um dies zu prüfen, wurde die Analyse unter Ausschluß der Daten aus der Phase der Golfkrise zwischen Juli 1990 und Februar 1991 wiederholt. Wie sich im Abschnitt 4.1 gezeigt hat, besitzt dieser Zeitraum auch einen relativ starken Einfluß auf die Parameter des Simulationsmodells.

Welche Effekte sind durch den Ausschluß der Golfkrise aus dem Datensatz zu erwarten? Da es sich um eine Phase großer Schwankungen in Spotpreisen und Basen handelt, sollten die Standardabweichungen der Gesamtwerte tendenziell sinken. Die im Mittel relativ hohen positiven Basen sollten darüber hinaus auch die mittleren Gewinne reduzieren, die aus den 1-Monats-Futures erzielt werden. Tabelle 4.12 zeigt die Ergebnisse der Simulation der Hedgestrategien.

Bei allen Strategien läßt sich erwartungsgemäß eine deutliche Senkung der Mittelwerte feststellen. Überraschend ist dagegen die Entwicklung der Volatilitäten. Diese nehmen bei den

Ein-Faktor-Modellen gegenüber den Ergebnissen der Tabelle 4.9 sogar zu. Dazu muß bedacht werden, daß für den Zeitraum der Golfkrise zwar eine erhöhte Volatilität, aber auch eine stärkere Mean-Reversion der relativen Basen festzustellen ist.<sup>26</sup> Wird dieser Zeitraum ausgeschlossen, ergeben sich zwei gegenläufige Effekte: Zum einen führt die weniger volatile Basis tendenziell zu geringeren Risiken der Hedgestrategien, zum anderen erhöht die geringere Mean-Reversion der Basis tendenziell die Risiken einer Hedgestrategie. Der zweite Effekt scheint hier den ersteren zu dominieren, zumindest was die Ein-Faktor-Modelle betrifft. Für die Zwei-Faktor-Modelle ergibt sich eine nahezu unveränderte Standardabweichung. Die relative Beurteilung der einzelnen Strategien bleibt vom Ausschluß der Golfkriegsperiode unbeeinflusst.

Der Grund für die Schwierigkeit, gegenüber der ungehedgten Position eine Reduktion des Risikos zu erreichen, liegt in der Kombination einer signifikanten Mean-Reversion im Spotpreis und dem langen Hedgehorizont. Für eine vollständigere Beurteilung der Hedgestrategien ist es daher interessant, die Sensitivität der Hedgeergebnisse auf Variationen der Mean-Reversion der Spotpreise und der Länge des Hedgehorizontes zu untersuchen. Dabei steht die Frage im Vordergrund, ob sich das Risiko der einzelnen Strategien relativ zueinander wesentlich ändert.

Tabelle 4.13 zeigt Simulationsergebnisse bei verringerter Mean-Reversion im Spotpreis. Dazu wurde die Gleichung für die Entwicklung des logarithmierten Spotpreises (4.2) unter der Restriktion geschätzt, daß der Mean-Reversion-Parameter einen Wert von 0,05 aufweist. Diese Größe liegt etwa drei Standardabweichungen unterhalb des unrestringierten Schätzwertes 0,182, der in den übrigen Simulationen verwendet wurde.<sup>27</sup> Wie erwartet erhöht sich durch die verringerte Mean-Reversion das Risiko einer ungehedgten Position sowie der Ross-Strategie. Überraschender scheint es zunächst, daß auch die anderen Strategien eine erhöhte Streuung ausweisen. Es sei jedoch daran erinnert, daß die Basen immer als Anteil des Spotpreises modelliert wurden. Wird etwa ein sehr hohes Niveau der Spotpreise erreicht, ergibt sich selbst bei unveränderter relativer Basis ein höherer absoluter Wert. Die erhöhte Volatilität der

---

<sup>26</sup> Letzteres läßt sich mit Hilfe von Modellen der Form (4.1) analysieren, wobei die mit vollem Datensatz bzw. unter Ausschluß der Periode des Golfkrise geschätzten Parameter  $\rho$  verglichen wurden.

<sup>27</sup> Mit dem Mean-Reversion Parameter ist hier  $-(\rho-1)$  gemeint. (Vgl. die erste Spalte der Tabelle 4.3.). Der Wert für  $-(\rho-1)$  entspricht annähernd dem nicht annualisierten Wert für  $\gamma$  gemäß (4.27). Die Abweichung beruht darauf, daß zur Schätzung von (4.1) bzw. der äquivalenten Formulierung (4.2) logarithmierte Spotpreise für den vollen Datensatz, bei der Schätzung von (4.27) Spotpreise bis Juli 1992 verwendet wurden.

Spotpreise schlägt sich damit auch in einer höheren Volatilität der absoluten Basis nieder. Dies resultiert wiederum in einer höheren Streuung der Hedgergebnisse. Insgesamt wirkt sich die Verringerung der Mean-Reversion ähnlich auf die verschiedenen Strategien aus. Lediglich bezüglich der Verlustmaße schneiden die ungehedgte Position und die Ross-Strategie mit ihren geringen Hedgepositionen nun relativ schlechter ab.

Abschließend zeigt Tabelle 4.14 die Resultate für einen Hedgehorizont von fünf Jahren. In der Tendenz bleiben alle Aussagen, die beim zehnjährigen Horizont gültig waren, auch hier bestehen. Je höher die Hedgeposition bei den Ein-Faktor-Modellen, umso höher sind auch Ertrag und Risiko. Die Zwei-Faktor-Modelle liefern bessere Hedgergebnisse als die korrespondierenden Ein-Faktor-Modelle, jedoch ist auch hier die Schwankungsbreite möglicher Gesamtwerte recht hoch. Ein weiterer interessanter Aspekt besteht darin, daß sich beim Übergang von einem fünfjährigen auf einen zehnjährigen Hedgehorizont mit Ausnahme der Ross-Strategie Mittelwerte und Varianzen der Endwerte mehr als verdoppeln. Erträge und Risiken scheinen überproportional mit dem Hedgehorizont anzusteigen. Das deutet darauf hin, daß insbesondere bei sehr langen Horizonten besondere Vorsicht geboten ist.

## **5 Zusammenfassung und Ausblick**

Die vorliegende Arbeit ist der Frage nach einer angemessenen Sicherung langfristiger Forwards auf Rohöl, wie sie von der MGRM eingegangen wurden, gewidmet. Dabei werden im theoretischen Teil verschiedene Hedgestrategien aus Bewertungsmodellen für Rohölforwards abgeleitet. In Abhängigkeit von dem verwendeten Bewertungsmodell ergeben sich unterschiedliche risikominimale Strategien, darunter auch die von der MGRM durchgeführte 1:1-Sicherung. Demzufolge läßt sich sowohl die Position der Befürworter als auch der Kritiker der MGRM-Strategie modellbasiert begründen. Für die Beurteilung kommt daher der empirischen Prüfung eine umso größere Bedeutung zu.

Bei zehnjährigem Hedgehorizont liefert eine rein historische Simulation aufgrund der fehlenden Datenhistorie keine ausreichenden Anhaltspunkte über das Risiko verschiedener Hedgestrategien. Daher wurde anhand von Spot- und Futurespreisen des Zeitraumes 1986 bis 1996 ein ökonometrisches Modell spezifiziert, auf dessen Basis die Simulation einer Vielzahl hypothetischer Preispfade erfolgte. Für diese Preispfade wurden fünf verschiedene

Hedgestrategien ausgewertet, die sich aus Ein-Faktor- bzw. Zwei-Faktor-Bewertungsmodellen ableiten. Die wesentlichen Resultate lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Gewinne bzw. Verluste der Gesamtpositionen weichen für alle Strategien oft deutlich vom theoretisch erwarteten Wert Null ab. Im Mittel ergeben sich bei allen Strategien Gewinne.
- Für die aus den Ein-Faktor-Modellen abgeleiteten Hedgestrategien zeigt sich, daß mit zunehmenden Hedge-Ratios sowohl der mittlere Gewinn als auch die Standardabweichung steigt. Der 1:1 Hedge erzeugt dabei von allen Strategien im Mittel den höchsten Gewinn, besitzt aber auch das höchste Risiko. Dies gilt unabhängig davon, ob Risiko durch die Abweichung von Null, die Streuung um den mittleren Gewinn oder durch die Häufigkeit und das Ausmaß von Verlusten gemessen wird. Das Ergebnis ist darüber hinaus robust gegenüber einem Ausschluß der Periode der Golfkrise aus dem Datensatz, einer Reduzierung der Mean-Reversion der Spotpreise und einer Verkürzung des Hedgehorizontes auf fünf Jahre. Ein 1:1-Hedge muß als hochgradig spekulative Strategie eingestuft werden.
- Die aus den Zwei-Faktor-Modellen abgeleiteten Hedgestrategien liefern gegenüber den korrespondierenden 1-Faktor-Strategien eine deutliche Verbesserung der Hedgeeffektivität. Doch zeigt sich auch hier eine hohe Standardabweichung. Wird Risiko durch die Häufigkeit und das Ausmaß von Verlusten gemessen, führen die 2-Faktor-Hedges, insbesondere der Gibson/Schwartz-Hedge, durchgängig zu sehr guten Resultaten.
- Insgesamt gelingt es lediglich der Strategie, die erst in den letzten Monaten des Hedgehorizontes nennenswerte Hedgepositionen eingeht, eine geringere Streuung als der ungehedgte 10-Jahres-Forward zu erzielen. Die Ursache dafür liegt in der für die Spotpreise beobachteten Mean-Reversion und dem langen Hedgehorizont. Wohingegen sich Spotpreisrisiken durch die Mean-Reversion-Eigenschaft mit längerem Horizont nicht mehr wesentlich erhöhen, wird das Basisrisiko durch häufigeres Überrollen kurzfristigen Futures immer weiter gesteigert. Soll die Varianz der Gesamtwerte klein gehalten werden, ist in den ersten Jahren des Hedgehorizontes keine Hedgeaktivität anzuraten.

Keine der Hedgestrategien kann unter allen Aspekten befriedigen. Insbesondere erreicht keine das Ziel, das bei ihrer Konstruktion zugrundegelegt wurde, nämlich sichere Erträge zu liefern. Dabei können die hier ausgewiesenen Risiken eher als untere Grenze betrachtet werden. Dies

liegt zum einen daran, daß durchgängig mit einem konstanten Zinssatz gearbeitet wurde. In der Realität bildet der Zins jedoch eine weitere Risikoquelle, deren fehlende Berücksichtigung durch die hier betrachteten Modelle zu schlechteren Hedgeergebnissen führen dürfte. Zum anderen werden die Strategien keinem echten Out-of-sample Test unterzogen. So dient ein Teil der Daten sowohl zur Spezifikation des Simulationsmodells als auch zur Schätzung von Parametern der Hedge-Ratios. Noch grundsätzlicher wird bei der Simulation davon ausgegangen, daß wesentliche Charakteristika der zwischen 1986 und 1996 beobachteten Preisdynamik an Spot- und Futuresmärkten sich in die Zukunft fortsetzen. Die Risiken zukünftiger Strukturbrüche bleiben somit auch unberücksichtigt.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse, daß noch erheblicher Bedarf besteht, Hedgestrategien für Ölderivate zu verbessern. Dazu dürfte zunächst eine angemessene Modellierung des Zusammenhangs zwischen Spot- und Futurespreisen nötig sein, d.h. die Entwicklung bzw. Verfeinerung von theoretischen Bewertungsansätzen, die als Basis für Hedgestrategien dienen können. Eine Alternative besteht in einem rein empirisch Vorgehen, bei dem die Hedge-Ratios direkt aus ökonometrischen Modellen des Preiszusammenhangs zwischen zu sichernder Position und Hedgeinstrument geschätzt werden.<sup>28</sup> Ein solches Vorgehen stößt jedoch dann schnell an Grenzen, wenn kaum geeignete Preisdaten zur Verfügung stehen, wie es insbesondere bei Kontrakten mit langen Laufzeiten der Fall ist.

## **Literaturverzeichnis**

- Bjerkhund, P. (1991): Contingent Claim Evaluation when the Convenience Yield is Stochastic: Analytical Results, Working Paper, Norwegian School of Economics and Business Administration.
- Brennan, M. J. (1958): The Theory of Storage, American Economic Review, Vol. 48, 50-72.
- Brennan, M. J. (1991): The Price of Convenience and the Valuation of Commodity Contingent Claims, in: Lund, D. und Øksendahl, B. (Hrsg.), Stochastic Models and Option Values, Applications to Resources, Environment and Investment Problems, 1991, Elsevier, Amsterdam, New York.

---

<sup>28</sup> Vgl. Pirrong (1997).

- Brennan, M. J. und Crew, N. (1995): Hedging Long Maturity Commodity Commitments with Short-dated Futures Contracts, Working Paper #13-95, Anderson Graduate School, UCLA.
- Brennan, M. J. und Schwartz, E. S. (1985): Evaluating Natural Resource Investments, *Journal of Business*, Vol. 58, 135-157.
- C&L Treuarbeit Deutsche Revision (C&L) / Wollert-Elmendorff Deutsche Industrie-Treuhand (WEDIT) (1995): Bericht über die Sonderprüfung nach § 142 Abs. 1 AktG bei der Metallgesellschaft AG, Frankfurt am Main, gemäß Beschluß der außerordentlichen Hauptversammlung am 24. Februar 1994.
- Cook, R. D. (1977): Detection of Influential Observations in Linear Regression, *Technometrics*, Vol. 19, 15-18.
- Cook, R. D. und Weisberg, S. (1982): *Residuals and Influence in Regression*, Chapman and Hall, New York.
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E. und Ross, S. A. (1981): The Relation between Forward Prices and Futures Prices, *Journal of Financial Economics*, Vol. 9, 321-346.
- Culp, C. L. und Miller, M. H. (1994): Hedging a Flow of Commodity Derivatives with Futures: Lessons from Metallgesellschaft, *Derivatives Quarterly*, 1, 7-15.
- Culp, C. L. und Miller, M. H. (1995): Metallgesellschaft and the Economics of Synthetic Storage, *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol. 7, No. 4, 6-21.
- Dickey, D. A. und Fuller, W. A. (1979): Distribution of Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, 427-431.
- Edwards, F. R. und Canter, M. S. (1995): The Collapse of Metallgesellschaft: Unhedgeable Risks, Poor Hedging Strategy, or Just Bad Luck, *The Journal of Futures Markets*, Vol. 15, No. 3, 211-264.
- Engle, R. F. und Granger, C. W. J. (1987): Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing, *Econometrica*, Vol. 55, 251-276.
- Gibson, R. und Schwartz, E. S. (1990): Stochastic Conveniences Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims; *The Journal of Finance*, Vol. 45, No. 3, 959-976.

- Granger, C. W. J. und Newbold, P. (1974): Spurious Regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics*, Vol. 2, 111-120.
- Hilliard, J. E. (1995): Analytics Underlying the AG Metallgesellschaft Hedge: Short Term Forwards in a Multi-Period Environment, mimeo, Draft May 9, 1995.
- Hull, J. und White, A. (1990): Pricing Interest Rate Derivative Securities, *The Review of Financial Studies*, Vol. 3, 4, 573-92.
- Jamshidian, F. und Fein, M. (1990): Closed-Form Solutions for Oil Futures and European Options in the Gibson-Schwartz Model: A Note, Working Paper, Merrill Lynch Capital Markets.
- Kniese, G. (1997): Futureshedging auf Ölmärkten - Die Öl-Geschäftsstrategie der Metallgesellschaft, Gabler, Wiesbaden.
- Krasker, W. S. (1985): Sequential Hedging, *Management Science*, Vol. 31, 6, 657-663.
- Kropp, M. (1995): Die Öltermingeschäfte der Metallgesellschaft - Anmerkungen zu einer Kontroverse, *Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft*, 1/95, 14-32.
- Mann, T. (1997): Öltermingeschäfte und die Krise der Metallgesellschaft in den Jahren 1993-1995, *Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*, Vol. 117, 23-54.
- Mello, A. S. und Parsons, J. E. (1995): Maturity Structure of a Hedge Matters: Lessons from the Metallgesellschaft Debacle, *Journal of Applied Corporate Finance*, Vol. 8, No. 1, 106-120.
- Phillips, P. C. B. (1986): Understanding Spurious Regressions in Econometrics, *Journal of Econometrics*, Vol. 33, 311-340.
- Pirrong, S. C. (1997): Metallgesellschaft: A Prudent Hedger Ruined, or a Wildcatter on NYMEX?, *The Journal of Futures Markets*, Vol. 17, No. 5, 543-578.
- Routledge, B. S., Seppi, D. J. und Spatt, C. S. (1997): Equilibrium Forward Curves for Commodities, Working Paper, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie Mellon University, June 1997.
- Ross, S. A. (1995): Hedging Long Run Commitments: Exercises in Incomplete Market Pricing, mimeo, May 1, 1995.
- Roy, A. D. (1952): Safty-First and the Holding of Assets, *Econometrica*, Vol. 20, 431-449.

Schwartz, E. S. (1997): The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging, *Journal of Finance*, Vol. 52, 923-973.

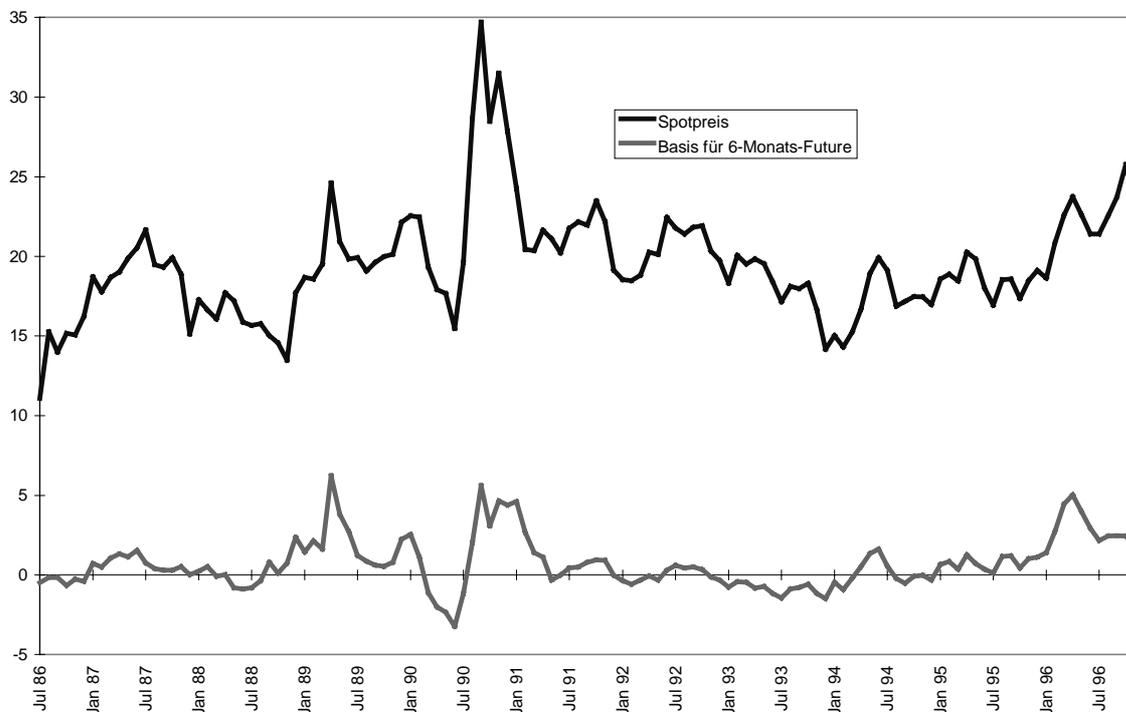
Schwarz, G. (1978): Estimating the Dimension of a Model, *Annals of Statistics*, Vol. 6, 461-464.

Spremann, K. und Herbeck, T. (1997): Zur Metallgesellschaft AG und ihrer Risikomanagement-Strategie, *Schmalenbachs Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, Sonderheft 38/97, 155-89.

Sutcliffe, C. M. S. (1993): *Stock Index Futures*, Chapman & Hall, London.

Wahrenburg, M. (1996): Hedging Oil Price Risk: Lessons from Metallgesellschaft, *Proceedings of the Ninth Annual CBOT European Futures Research Symposium*, Tilburg, February 1996, 29-47.

**Abbildung 4.1:** Spotpreis für WTI in Cushing, Oklahoma, und Basis für 6-Monats-Future (Spotpreis - Futurespreis) zwischen Juli 1986 und November 1996.



**Tabelle 4.1:** Mittelwerte und Standardabweichungen der Spot- und Futurespreise für WTI, der logarithmierten monatlichen Preisänderungen und der relativen Basen [(Spotpreis-Futurespreis)/Spotpreis], Monatliche Beobachtungen, Zeitraum Juli 1986 bis November 1996.

Restlaufzeiten	Preise		Log-Preisänderung (nicht annualisiert)		Relative Basis	
	Mittel	Stabw	Mittel	Stabw	Mittel	Stabw
Spot	19,48	3,42	0,61%	9,56%	0	0
1 Monat	19,29	3,24	0,59%	8,73%	0,76%	3,27%
2 Monate	19,11	3,04	0,58%	8,30%	1,54%	4,76%
3 Monate	18,97	2,87	0,56%	7,90%	2,11%	5,82%
4 Monate	18,85	2,71	0,53%	7,52%	2,56%	6,61%
5 Monate	18,76	2,58	0,51%	7,23%	2,92%	7,23%
6 Monate	18,68	2,47	0,49%	7,00%	3,23%	7,75%
7 Monate	18,62	2,38	0,48%	6,81%	3,49%	8,17%
8 Monate	18,56	2,31	0,47%	6,66%	3,70%	8,54%
9 Monate	18,51	2,25	0,45%	6,55%	3,86%	8,86%
10 Monate	18,49	2,20	0,44%	6,39%	3,96%	9,16%
11 Monate	18,47	2,17	0,43%	6,28%	4,03%	9,41%
12 Monate	18,45	2,14	0,42%	6,22%	4,08%	9,62%

**Tabelle 4.2:** Autokorrelationen der logarithmierten Spotpreise und relativen Basen [(Spotpreis-Futurespreis)/Spotpreis], Monatliche Beobachtungen, Zeitraum Juli 1986 bis November 1996.

Verzögerungen (in Monaten)	Autokorrelationen					
	Log Spot	Relative Basis (1Monat)	Relative Basis (3 Monate)	Relative Basis (6 Monate)	Relative Basis (12 Monate)	Stabw
1	0,80**	0,64**	0,80**	0,82**	0,82**	0,0898
2	0,60**	0,46**	0,59**	0,61**	0,61**	0,0902
3	0,43**	0,24**	0,36**	0,38**	0,41**	0,0905
4	0,27**	0,20*	0,22*	0,21*	0,23*	0,0909
5	0,15	0,12	0,11	0,08	0,11	0,0913
6	0,14	0,01	0,01	0,01	0,06	0,0917
7	0,19*	0,02	0,02	0,04	0,10	0,0921
8	0,22*	-0,01	-0,01	0,05	0,12	0,0925
9	0,21*	-0,12	-0,07	0,03	0,11	0,0928
10	0,21*	-0,19*	-0,11	0,01	0,11	0,0933
11	0,19*	-0,23*	-0,14	-0,02	0,07	0,0937
12	0,11	-0,19*	-0,13	-0,04	0,03	0,0941

Signifikant von Null verschieden auf \*\*1%-Niveau, \*5%-Niveau

**Tabelle 4.3:** Augmented-Dickey-Fuller-Tests auf Nicht-Stationarität der logarithmierten Spotpreise und der relative Basen [(Spotpreis-Futurespreis)/Spotpreis], Monatliche Beobachtungen, Zeitraum Juli 1986 bis November 1996. Der Test verwendet die Schätzgleichung (4.1).

Zeitreihe	Anzahl verzögerter Änderungen (nach Schwarz-Kriterium)	$\hat{\rho}-1$	$(\hat{\rho}-1) / SE(\hat{\rho})$
Log Spot	1	-0,182	-3,59**
BAS1	0	-0,373	-5,12**
BAS2	0	-0,234	-3,89**
BAS3	0	-0,200	-3,56**
BAS4	0	-0,185	-3,41*
BAS5	0	-0,178	-3,33*
BAS6	1	-0,211	-3,88**
BAS7	1	-0,209	-3,88**
BAS8	1	-0,208	-3,88**
BAS9	1	-0,206	-3,86**
BAS10	1	-0,204	-3,84**
BAS11	1	-0,202	-3,82**
BAS12	1	-0,201	-3,78**

Signifikant auf \*\*1%-Niveau, \*5%-Niveau, Kritische Werte sind Dickey/Fuller (1979) entnommen.

**Tabelle 4.4:** Ergebnisse der OLS-Schätzungen des Simulationsmodells (Gleichungen (4.2) bis (4.14)), Monatliche Beobachtungen, Zeitraum Juli 1986 bis November 1996.

Gleichung	Parameter			$R^2$	Ljung-Box-Test (12 Lags)	ARCH-Test (12 Lags)
	$\hat{a}_t$ (Stabw)	$\hat{b}_t$ (Stabw)	$\hat{c}_t$ (Stabw)		Teststatistik (P-Value)	Teststatistik (P-Value)
(4.2)	0,542 (0,150)	0,942 (0,088)	-0,124 (0,086)	0,71	16,93 (0,152)	23,86 (0,021)
(4.3)	0,001 (0,002)	0,464 (0,046)	-	0,46	17,43 (0,134)	9,38 (0,670)
(4.4)	0,002 (0,003)	0,636 (0,047)	-	0,61	18,49 (0,101)	10,52 (0,570)
(4.5)	0,003 (0,003)	0,709 (0,048)	-	0,65	17,31 (0,138)	11,98 (0,447)
(4.6)	0,004 (0,004)	0,745 (0,048)	-	0,66	16,20 (0,182)	13,94 (0,305)
(4.7)	0,005 (0,004)	0,768 (0,048)	-	0,67	16,57 (0,166)	16,71 (0,161)
(4.8)	0,007 (0,004)	0,944 (0,085)	-0,186 (0,081)	0,69	11,48 (0,488)	15,34 (0,223)
(4.9)	0,007 (0,004)	0,960 (0,086)	-0,194 (0,083)	0,70	10,98 (0,531)	17,33 (0,137)
(4.10)	0,008 (0,005)	0,974 (0,086)	-0,202 (0,084)	0,70	10,71 (0,554)	19,70 (0,073)
(4.11)	0,009 (0,005)	0,986 (0,086)	-0,211 (0,085)	0,71	10,41 (0,580)	22,35 (0,034)
(4.12)	0,009 (0,005)	0,993 (0,087)	-0,212 (0,085)	0,71	10,60 (0,564)	24,75 (0,016)
(4.13)	0,009 (0,005)	0,994 (0,087)	-0,212 (0,087)	0,71	10,85 (0,541)	24,28 (0,018)
(4.14)	0,009 (0,005)	1,014 (0,089)	-0,213 (0,090)	0,71	11,65 (0,474)	24,13 (0,020)

**Tabelle 4.5:** Abweichung einzelner Residuen der Modelle (4.2), (4.3), (4.5), (4.8) und (4.14) von Null, gemessen in Residuen-Standardabweichungen (Stabw). Zusätzlich sind die Ränge angegeben, die einzelne Werte in dem nach der Größe geordneten Vektor aller Residuen der entsprechenden Gleichung einnehmen (Rang). Dargestellt sind die Werte für die Monate der Golf-Krise (Juli 1990 bis Februar 1991) und der verstärkten Hedgingaktivität der MGRM (Januar 1993 bis Februar 1994).

Monat	Residuum des logarithmierten Spotpreises (Gleichung 4.2)		Residuum der relativen Basis (1Monat) (Gleichung 4.3)		Residuum der relativen Basis (3 Monate) (Gleichung 4.5)		Residuum der relativen Basis (6 Monate) (Gleichung 4.8)		Residuum der relativen Basis (12 Monate) (Gleichung 4.14)	
	Stabw	Rang	Stabw	Rang	Stabw	Rang	Stabw	Rang	Stabw	Rang
7/1990	2,42	118	1,55	118	2,29	121	2,91	122	3,13	122
8/1990	4,04	123	0,71	104	2,17	119	2,13	121	2,62	121
9/1990	2,45	120	1,12	110	1,69	115	1,72	118	1,85	120
10/1990	-1,33	10	-4,13	1	-2,01	3	-0,82	23	-0,19	52
11/1990	2,22	118	1,29	116	0,98	106	1,12	105	1,10	107
12/1990	-0,55	35	0,29	88	0,63	97	0,55	95	0,02	65
1/1991	-0,67	26	2,59	121	1,72	116	1,23	108	0,75	99
2/1991	-1,31	11	-0,77	21	-0,38	42	-0,76	29	-1,28	9
1/1993	-0,80	23	-0,24	53	-0,61	29	-0,87	21	-0,90	17
2/1993	1,02	110	-0,02	66	0,19	82	0,28	85	0,28	81
3/1993	-0,38	40	-0,29	45	-0,30	50	-0,36	46	-0,27	47
4/1993	0,22	76	-0,67	24	-0,65	28	-0,77	27	-0,72	30
5/1993	-0,17	56	-0,08	61	-0,25	54	-0,19	55	-0,16	55
6/1993	-0,67	31	-0,47	31	-0,81	20	-1,04	15	-1,12	13
7/1993	-0,85	21	-0,95	15	-0,83	19	-0,94	20	-1,11	14
8/1993	0,46	93	0,64	101	0,48	95	0,39	91	0,38	90
9/1993	-0,33	45	0,39	93	0,02	72	-0,51	37	-0,75	29
10/1993	0,06	67	0,02	72	0,06	74	-0,02	61	-0,11	57
11/1993	-1,26	12	-0,79	20	-1,03	14	-1,30	8	-1,62	5
12/1993	-2,06	2	0,11	77	-0,75	22	-1,33	7	-1,99	4
1/1994	0,23	77	0,97	107	1,36	112	1,54	116	1,55	118
2/1994	-1,21	13	-0,28	47	-0,68	25	-1,62	3	-2,23	2

**Tabelle 4.6:** Cook-Maße ( $D_i$ ) und ihre Ränge (Rang) im nach der Größe geordneten Vektor aller Cook-Maße für die Monate der Golf-Krise (Juli 1990 bis Februar 1991) und der verstärkten Hedgingaktivität der MGRM (Januar 1993 bis Februar 1994).

Monate	Logarithmierter Spotpreis (Gleichung 4.2)		Relative Basis (1Monat) (Gleichung 4.3)		Relative Basis (3 Monate) (Gleichung 4.5)		Relative Basis (6 Monate) (Gleichung 4.8)		Relative Basis (12 Monate) (Gleichung 4.14)	
	$D_i \cdot 10^{-4}$	Rang	$D_i \cdot 10^{-4}$	Rang	$D_i \cdot 10^{-4}$	Rang	$D_i \cdot 10^{-4}$	Rang	$D_i \cdot 10^{-4}$	Rang
7/1990	5,57	117	0,71	122	3,52	123	6,85	123	10,9 2	122
8/1990	26,73	122	0,03	88	0,60	117	5,63	120	11,8 3	123
9/1990	32,49	123	0,03	89	0,17	103	2,04	108	4,03	121
10/1990	7,49	118	0,94	123	0,77	118	0,29	116	0,03	51
11/1990	19,48	121	0,05	101	0,07	90	0,40	90	0,58	111
12/1990	7,85	102	0,00	50	0,06	87	0,08	84	0,00	3
1/1991	11,42	108	0,41	119	0,59	116	0,42	117	0,24	99
2/1991	26,67	114	0,12	106	0,05	82	0,17	85	0,53	110
1/1993	0,16	67	0,00	30	0,03	69	0,05	71	0,08	71
2/1993	0,38	89	0,00	3	0,00	29	0,01	36	0,01	36
3/1993	0,06	44	0,00	44	0,01	41	0,01	46	0,01	34
4/1993	0,01	20	0,02	79	0,03	74	0,05	69	0,05	66
5/1993	0,01	14	0,00	15	0,01	40	0,00	25	0,00	21
6/1993	0,10	57	0,01	73	0,06	86	0,11	84	0,16	86
7/1993	0,23	72	0,05	97	0,09	97	0,13	89	0,24	100
8/1993	0,09	56	0,03	91	0,04	78	0,03	61	0,04	57
9/1993	0,03	38	0,01	64	0,00	4	0,05	70	0,16	87
10/1993	0,00	3	0,00	9	0,00	7	0,00	6	0,00	17
11/1993	0,38	87	0,02	82	0,09	95	0,21	99	0,49	108
12/1993	2,35	113	0,00	23	0,08	91	0,31	108	1,24	114
1/1994	0,08	53	0,06	102	0,37	113	0,74	115	1,54	116
2/1994	1,37	109	0,00	39	0,03	75	1,19	117	3,68	120

**Tabelle 4.7:** Spot- und Futurespreise für WTI am 22.7. 1992, dem Startzeitpunkt für die Simulation der Preispfade.

Kontrakt	Preis (in \$ pro Barrel)	Kontrakt	Preis (in \$ pro Barrel)
Spot	21,80	Future (7-Monate)	20,98
Future (1-Monat)	21,55	Future (8-Monate)	20,87
Future (2-Monate)	21,44	Future (9-Monate)	20,77
Future (3-Monate)	21,37	Future (10-Monate)	20,67
Future (4-Monate)	21,29	Future (11-Monate)	20,57
Future (5-Monate)	21,19	Future (12-Monate)	20,48
Future (6-Monate)	21,09	Future (10-Jahre) Preisregel der MGRM	23,12

**Tabelle 4.8:** Implizite und historische Schätzwerte der annualisierten Mean-Reversion-Parameter. Die historischen Schätzungen gemäß (4.25)-(4.27) verwenden den Zeitraum Juli 1986 bis Juli 1992. Implizite Schätzwerte verwenden Spot- und Futurespreise des 22.7. 1992.

Modell, Parameter	Historische Schätzwerte (Standardfehler)	Implizite Schätzwerte
Ross (1995), $\gamma$	2,49 (0,75)	-
Brennan (1991), $\alpha$	6,49 (1,27)	8,95
Gibson/Schwarz (1990), $\alpha^*$	5,18 (1,18)	9,81

**Tabelle 4.9: Ergebnisse der Simulationsstudie:** Kennzahlen der Verteilung aller aus der Simulation gewonnenen 20000 Gesamtwerte für verschiedene Hedgestrategien. Der Hedgehorizont beträgt 10 Jahre. Die gehedgte Position ist ein Barrel. Zur Spezifikation des Simulationsmodells wurden alle Daten zwischen Juli 1986 und November 1996 verwendet. Startwerte sind die am 22. Juli 1992 beobachteten Preise. Der risikolose Zins beträgt 5% p.a..

Kennzahl	Hedgestrategien					
	Culp/ Miller	Brennan/ Schwartz	Ross ( $\gamma = 2,49$ )	Brennan (Implizite Parameter)	Gibson/Schwartz (Implizite Parameter)	Kein Hedge
Mittwert (in \$)	36,31	29,68	4,55	28,41	24,95	3,32
Standabw. (in \$)	25,53	18,94	1,97	12,39	9,52	3,28
25% Quantil (in \$)	18,37	16,47	3,24	19,92	18,43	1,55
50% Quantil (in \$)	34,91	28,97	4,55	27,89	24,64	3,72
75% Quantil (in \$)	52,87	42,08	5,85	36,35	31,14	5,58
Minimum (in \$)	-50,74	-37,00	-3,99	-20,83	-13,49	-17,35
Maximum (in \$)	169,64	120,10	13,14	86,11	65,54	12,42
Anteil der Gesamtwerte <0 (Verlustwahr- scheinlichkeit)	6,61%	5,06%	1,17%	0,68%	0,21%	13,99%
Mittlerer Verlust (in \$)	-0,62	-0,35	-0,01	-0,02	-0,01	-0,36

**Tabelle 4.10: Analyse zum Einfluß des Simulationsmodells. Hedgeergebnisse auf Basis von Futurespreisen, die den Modellen von Brennan und Gibson/Schwartz folgen.**

Kennzahlen der Verteilung aller aus der Simulation gewonnenen 20000 Gesamtwerte für die „Brennan“ und „Gibson/Schwartz“ Hedgestrategien. Der Hedgehorizont beträgt 10 Jahre. Die gehedgte Position ist ein Barrel. Zur Spezifikation des Simulationsmodells wurden Spotpreise zwischen Juli 1986 und November 1996 verwendet. Die in das Simulationsmodell eingehenden Futurespreise wurden so bestimmt, daß sie immer den Modellen von Brennan bzw. Gibson/Schwartz mit den aus den Preisen des 22. Juli 1992 implizit geschätzten Parametern entsprechen. Startwerte sind die am 22. Juli 1992 beobachteten Preise. Der risikolose Zins beträgt 5% p.a..

Hedge- Kennza	Daten gemäß Brennan-Modell		Daten gemäß Gibson/Schwartz- Modell	
	Brennan (Implizite Parameter)	Gibson/Schwartz (Implizite Parameter)	Brennan (Implizite Parameter)	Gibson/Schwartz (Implizite Parameter)
Mittwert (in \$)	0,36	2,61	-0,41	2,11
Standabw. (in \$)	0,43	0,60	0,58	0,18
25% Quantil (in \$)	0,06	2,21	-0,81	1,99
50% Quantil (in \$)	0,34	2,60	-0,42	2,11
75% Quantil (in \$)	0,64	3,01	-0,03	2,23
Minimum (in \$)	-1,13	0,30	-2,75	1,43
Maximum (in \$)	2,24	5,13	1,81	2,89
Anteil der Gesamtwerte <0 (Verlustwahr- scheinlichkeit)	20,57%	0,00%	0,77%	0,00%
Mittlerer Verlust (in \$)	-0,05	0,00	-0,49	0,00

**Tabelle 4.11: Sensitivität der Hedgeeffektivität bezüglich der Parameter  $\alpha$ ,  $\alpha^*$  und  $\gamma$ .**

Es sind Kennzahlen der Verteilung aller aus der Simulation gewonnenen 20000 Gesamtwerte angegeben. Der Hedgehorizont beträgt 10 Jahre. Die gehedgte Position ist ein Barrel. Zur Spezifikation des Simulationsmodells wurden alle Daten zwischen Juli 1986 und November 1996 verwendet. Startwerte sind die am 22. Juli 1992 beobachteten Preise. Der risikolose Zins beträgt 5%.

Kennzahl	Hedgestrategiein										
	Breannan				Gibson/Schwartz				Ross		
	$\alpha = 4$	$\alpha = 6,49$ (hist.)	$\alpha = 8,95$ (impl.)	$\alpha = 12$	$\alpha^* = 4$	$\alpha^* = 5,18$ (hist.)	$\alpha^* = 9,81$ (impl.)	$\alpha^* = 12$	$\gamma = 0,5$	$\gamma = 1,5$	$\gamma = 2,49$
Mittwert (in \$)	21,39	26,42	28,41	29,72	20,12	22,21	24,95	25,50	8,94	5,28	4,55
Standabw. (in \$)	22,77	13,78	12,39	12,87	17,23	12,79	9,52	9,81	5,18	2,45	1,97
25% Quantil (in \$)	6,11	16,98	19,92	20,83	8,49	13,51	18,43	18,76	5,32	3,62	3,24
50% Quantil (in \$)	21,22	26,00	27,89	29,21	19,92	21,94	24,64	25,23	8,54	5,17	4,55
75% Quantil (in \$)	36,79	35,45	36,35	37,97	31,75	30,80	31,14	31,87	12,12	6,80	5,85
Minimum (in \$)	-66,68	-21,43	-20,83	- 21,08	-43,98	-23,97	-13,49	-13,54	-9,86	-3,71	-3,99
Maximum (in \$)	124,99	95,43	86,11	88,85	99,93	80,72	65,54	68,78	42,48	20,63	13,14
Anteil der Gesamtwerte <0 (Verlustwahr- scheinlichkeit)	17,33 %	2,22%	0,68%	0,63 %	12,17 %	3,90%	0,21%	0,25%	2,68 %	0,93 %	1,17 %
Mittlerer Verlust (in \$)	-2,11	-0,10	-0,02	-0,02	-1,02	-0,19	-0,01	-0,01	-0,04	-0,01	-0,01

**Tabelle 4.12: Sensitivität der Hedgееffektivität bezüglich des Ausschlusses der Datenpunkte aus der Zeit der Golfkrise (Juli 1990 bis Februar 1991):** Kennzahlen der Verteilung aller aus der Simulation gewonnenen 20000 Gesamtwerte für verschiedene Hedgestrategien. Der Hedgehorizont beträgt 10 Jahre. Die gehedgte Position ist ein Barrel. Zur Spezifikation des Simulationsmodells wurden alle Daten zwischen Juli 1986 und Juni 1990 sowie März 1991 und November 1996 verwendet. Der Zeitraum der Golfkrise von Juli 1990 bis Februar 1991 bleibt ausgeschlossen. Startwerte sind die am 22. Juli 1992 beobachteten Preise. Der risikolose Zins beträgt 5% p.a..

Kennzahl	Hedgestrategien					
	Culp/ Miller	Brennan/ Schwartz	Ross ( $\gamma = 2,49$ )	Brennan (Implizite Parameter)	Gibson/Schwar tz (Implizite Parameter)	Kein Hedge
Mittwert (in \$)	16,53	13,21	4,43	15,59	14,39	3,92
Standabw. (in \$)	29,74	22,66	2,03	11,56	9,38	2,53
25% Quantil (in \$)	-4,14	-2,38	3,08	7,62	7,93	2,35
50% Quantil (in \$)	14,89	12,47	4,40	13,39	14,30	4,06
75% Quantil (in \$)	35,42	28,07	5,76	23,35	20,80	5,67
Minimum (in \$)	-84,49	-69,09	-3,68	-28,65	-20,98	-9,42
Maximum (in \$)	154,94	110,66	15,52	59,63	49,31	12,10
Anteil der Gesamtwerte <0 (Verlustwahr- scheinlichkeit )	29,92%	28,54%	1,34%	8,61%	5,98%	6,52%
Mittlerer Verlust (in \$)	-5,06	-3,79	-0,01	-0,42	-0,23	-0,10

**Tabelle 4.13: Sensitivität der Hedgeeffektivität bezüglich einer Verringerung der Mean-Reversion im Spotpreis:** Kennzahlen der Verteilung aller aus der Simulation gewonnenen 20000 Gesamtwerte für verschiedene Hedgestrategien. Der Hedgehorizont beträgt 10 Jahre. Die gehedgte Position ist ein Barrel. Zur Spezifikation des Simulationsmodells wurden alle Daten zwischen Juli 1986 und November 1996 verwendet. Für den Prozeß der logarithmierten Spotpreise wurde ein Mean-Reversion-Parameter von 0,05 unterstellt. Startwerte sind die am 22. Juli 1992 beobachteten Preise. Der risikolose Zins beträgt 5% p.a..

Kennzahl	Hedgestrategien					
	Culp/ Miller	Brennan/ Schwartz	Ross ( $\gamma = 2,49$ )	Brennan (Implizite Parameter)	Gibson/Schwar tz (Implizite Parameter)	Kein Hedge
Mittwert (in \$)	45,08	33,11	3,26	33,76	27,28	1,78
Standabw. (in \$)	33,64	23,32	4,63	17,46	12,58	6,55
25% Quantil (in \$)	21,14	16,57	0,55	21,48	18,41	-1,69
50% Quantil (in \$)	40,88	30,60	3,74	31,88	26,02	2,84
75% Quantil (in \$)	64,28	46,90	6,58	43,84	34,62	6,42
Minimum (in \$)	-47,07	-36,91	-24,91	-18,32	-11,52	-50,20
Maximum (in \$)	270,00	179,25	15,61	137,46	98,36	15,99
Anteil der Gesamtwerte <0 (Verlustwahr- scheinlichkeit)	5,88%	5,17%	21,53%	0,80%	0,28%	32,94%
Mittlerer Verlust (in \$)	-0,52	-0,34	-0,74	-0,02	-0,01	-1,83

**Tabelle 4.14: Sensitivität der Hedgeergebnisse bezüglich einer Änderung des Hedgehorizontes. Ergebnisse für einen Hedgehorizont von 5 Jahren.** Kennzahlen der Verteilung aller aus der Simulation gewonnenen 20000 Gesamtwerte für verschiedene Hedgestrategien. Der Hedgehorizont beträgt 5 Jahre. Die gehedgte Position ist ein Barrel. Zur Spezifikation des Simulationsmodells wurden alle Daten zwischen Juli 1986 und November 1996 verwendet. Startwerte sind die am 22. Juli 1992 beobachteten Preise. Der risikolose Zins beträgt 5% p.a..

Kennzahl	Hedgestrategien					
	Culp/ Miller	Brennan/ Schwartz	Ross ( $\gamma = 2,49$ )	Brennan ( $\alpha = 8,95$ )	Gibson/Schwar tz ( $\alpha_* = 9,81$ )	Kein Hedge
Mittwert (in \$)	14,99	13,45	3,08	11,68	11,22	1,84
Standabw. (in \$)	15,23	12,56	1,97	7,43	6,32	3,31
25% Quantil (in \$)	4,32	4,76	1,79	6,52	6,86	0,05
50% Quantil (in \$)	13,87	12,77	3,09	11,20	10,90	2,23
75% Quantil (in \$)	24,44	21,52	4,39	16,41	15,27	4,11
Minimum (in \$)	-29,17	-25,57	-5,46	-13,05	-11,16	-21,59
Maximum (in \$)	91,58	71,94	14,08	47,98	43,15	11,58
Anteil der Gesamtwerte <0 (Verlustwahr- scheinlichkeit)	15,88%	13,87%	5,60%	4,65%	2,88%	24,54%
Mittlerer Verlust (in \$)	-1,02	-0,76	-0,05	-0,12	-0,06	-0,64

